

Na co se studenti ptají – odpovědi a řešené příklady

Doplňkový učební text ke cvičením pro výuku předmětu Lineární algebra a aplikace, napsáno v zimním semestru školního roku 2010/11

Autor: Martin Žáček, katedra fyziky, Fakulta Elektrotechnická, ČVUT

(Příklady zatím nejsou řazeny nijak tematicky ale náhodně, tak, jak přicházejí)

1. Pro jaké hodnoty parametru a je vektor $(2, -1, a, a)$ prvkem lineárního obalu množiny vektorů $\{(1, 2, 0, 1), (1, -1, 1, 1), (-1, -1, 2, 1)\}$? , zkoušel jsem to udělat následující rovnicí , ale nějak nevím co dále s parametrem a

$$\alpha \cdot (1, 2, 0, 1) + \beta \cdot (1, -1, 1, 1) + \gamma \cdot (-1, -1, 2, 1) = (2, -1, a, a)$$

Poslední rovnice je správně, rozšířenou matici řešíme pomocí GEM:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & a \\ 1 & 1 & 1 & a \end{array} \right) \xrightarrow{(-2) \cdot (-1)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -3 & 1 & -5 \\ 0 & 1 & 2 & a \\ 0 & 0 & 2 & a-2 \end{array} \right) \xrightarrow{3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 7 & 3a-5 \\ 0 & 1 & 2 & a \\ 0 & 0 & 2 & a-2 \end{array} \right),$$

Má-li existovat řešení, musí být dva řádky závislé, neboť se jedná o soustavu 4 rovnic pro 3 neznámé. To zajistíme volbou parametru tak, aby řádky 2 a 4 byly násobky. Toho dosáhneme například tak, že druhý řádek vynásobíme 2 a čtvrtý řádek 7, tím na levé straně příslušné rovnice dostaneme shodně $14\gamma a$ výrazy na pravých stranách řádků 2 a 4, které obsahují parametr, položíme rovny sobě a rovnicí vyřešíme. Dostaneme $6a - 10 = 7a - 14$, řešením je $a = 4$, po dosazení do soustavy (jeden řádek se vynechá jako nadbytečný) dostaneme řešení (postupně od spodního řádku) $\gamma = 1, \beta = 2, \alpha = 1$.

A ještě nedokážu vysvětlit jestli množina vektorů $\{v, u\}$ a $\{v, u, v+u\}$ má stejné lin. obaly.

Má stejné lineární obaly, neboť vektor $v + u$ patří jako lineární kombinace opět do stejného lineárního obalu – podle definice, podle které je lineární obal množina všech lineárních kombinací vektorů v obalu.