3. webinář 2.4.2020

- Log. funkce ✓
  - log. pravítka ✗
  - kalkulačky
    - Python
    - Wolfram alpha

  } možná necháme na jindy

- goniometrické funkce ✓
  - sin x, cos x, tg x ✓
- cyklometrické příště

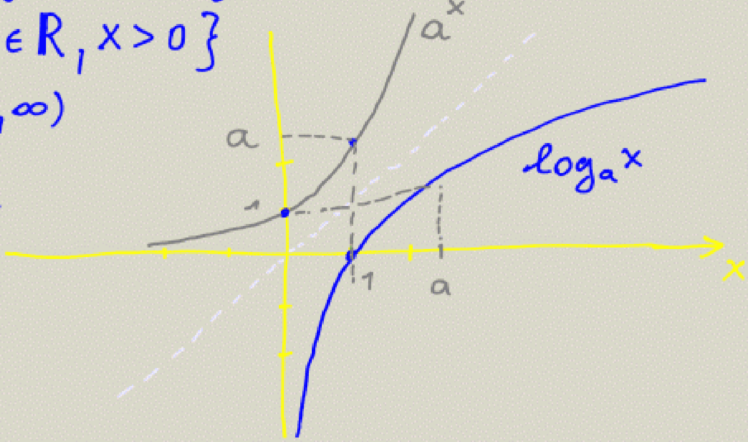
Logaritmická funkce

Je to inverzní funkce k $f(x) = a^x$, $a > 0, a \neq 1$

$f^{-1}(x) = g(x) = \log_a x$, $a > 0, a \neq 1$

$D_g = \{x \in \mathbb{R}, x > 0\}$
$= (0, \infty)$

$H_g = \mathbb{R}$



Příklad: určete D_f funkce

$f(x) = \ln(3x+2)$

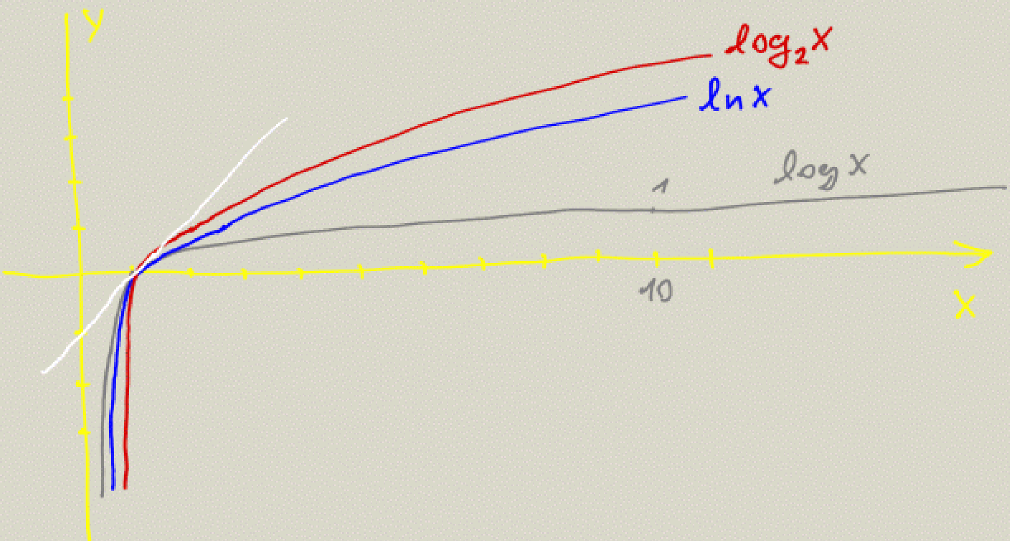
$3x + 2 > 0 \quad /-2$

$3x > -2 \quad /:3$

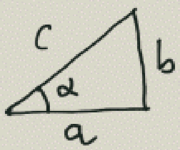
$x > -\frac{2}{3}$

Řešení:

$x \in (-\frac{2}{3}, \infty)$



Goniometrické funkce



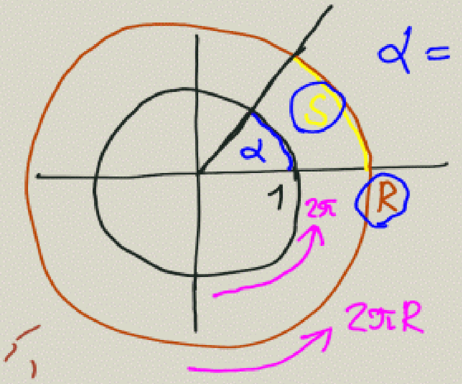
$$\sin\alpha = \frac{b}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{a}{c}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{b}{a}$$

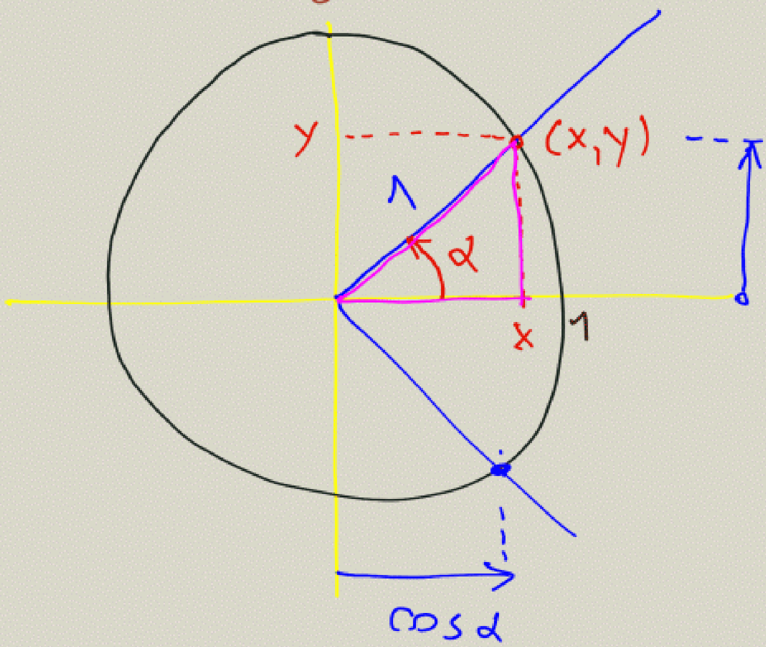
α v radiánech

$$\alpha = \frac{S}{R}$$



Tato definice má omezení, $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$

Zavedeme jinak (pomocí polárních souřadnic):



$$\sin\alpha = y$$

$$\cos\alpha = x$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

z pythagorovy věty

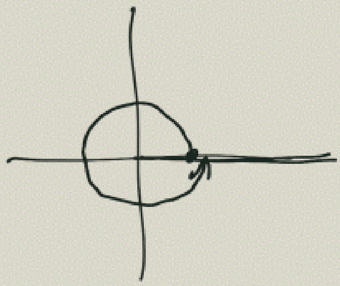
$$x^2 + y^2 = 1$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

Tato definice vyhovuje pro $\alpha \in \langle 0, 2\pi)$

zobecnění:

1. Přeznačíme $\alpha \to x$
2. Dodefinujeme
   - $\sin x = \sin(x + 2\pi)$
   - $\cos x = \cos(x + 2\pi)$



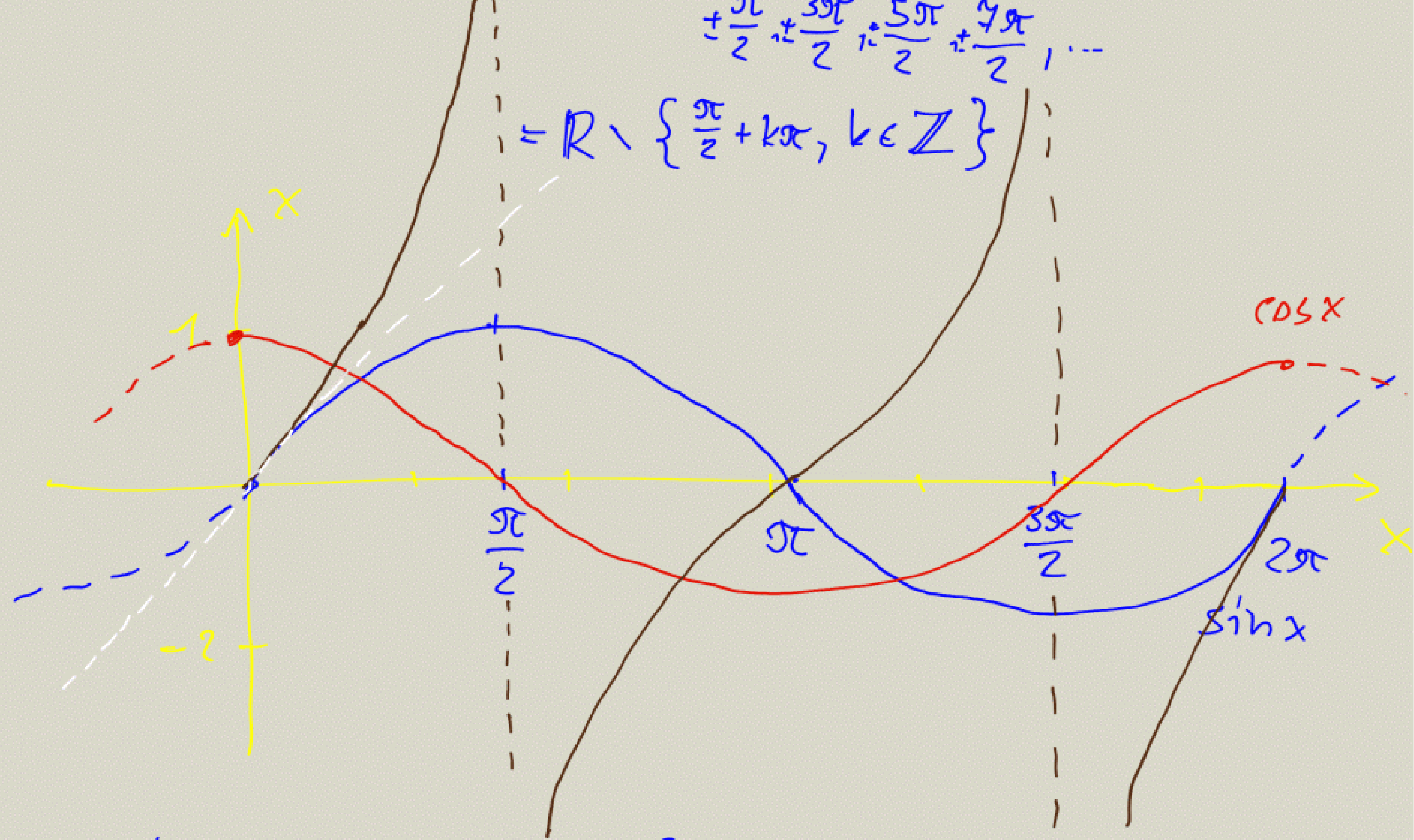
Nadále platí $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$

$\sin x$, $\cos x$ $\quad D_{\sin, \cos} = \mathbb{R} \quad H_{\sin, \cos} = \langle -1, 1 \rangle$

$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad D_{tg} = \mathbb{R} \setminus \underbrace{\left\{ \frac{\pi}{2} + 2k\pi ; \frac{3\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}} =$

$\pm\frac{\pi}{2}, \pm\frac{3\pi}{2}, \pm\frac{5\pi}{2}, \pm\frac{7\pi}{2}, \dots$

$= \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$



platí vztah $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

$$\sin^2 x = (\sin x)^2 \quad \text{a pod.}$$

$$\begin{array}{ccc} \sin x & \longleftrightarrow & \cos x \\ & \nwarrow\!\!\searrow \quad \nearrow\!\!\swarrow & \\ & \operatorname{tg} x & \end{array}$$

$\longleftrightarrow$ přepočítací vztahy

$$\sin x = \pm\sqrt{\sin^2 x} = \pm\sqrt{1 - \cos^2 x}$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} = \pm\sqrt{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} = \pm\sqrt{\frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x}} =$$

$$= \pm\sqrt{\frac{1}{\cos^2 x} - 1}$$