El. proud. elektromagnetická indukce

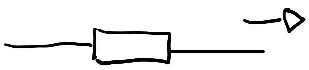
Příklady 9. 26, 9. 27, 9.32, 11.1, 11.3, 11.6, 11.9, ne všechny stihneme ale také nebyla všechna témata odpřednášena, jestli budou zkoušena víte lépe Vy podle informací z přednášek.

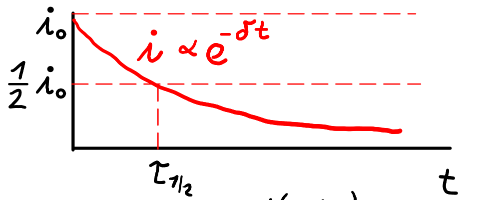
Peter Basár 9:38: Bude skouška i z mechaniky tekutin ? Mám pocit že jsme ji neprobírali. Taky jsme neměli tušim modul pružnosti a normálové napětí v mechanike tuhého tělesa.

Příklady z mechaniky tekutin nějaké čase snad přidám na konec tohoto dokumentu. Zatím se můžete podívat na příklady z paralelky B2B02FY1, kde příklady z mechaniky tekutin byly v písemce a probírali jsme je na cvičení.

Příklad 9. 26

Vodičem odporu R=5 Ω prošel elektrický náboj Q=40 C. Určete, jak velká práce tím byla vykonána, jestliže proud protékající vodičem klesal exponenciálně až na nulu tak, že každých τ =16 s se zmenšil na polovinu?



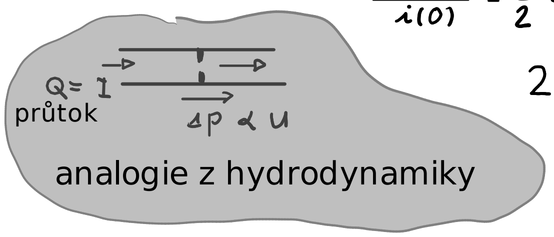


$P = IU$ ustálený stav

$P(t) = i(t)\,u(t)$ okamžitý výkon

$u = iR$

$P = i^2 R$



$$\frac{i(\tau_{1/2})}{i(0)} = \frac{1}{2} = \frac{\cancel{i_0} e^{-\delta(t+\tau_{1/2})}}{\cancel{i_0} e^{0}} = e^{-\delta \tau_{1/2}}$$

$$2 = e^{\delta \tau_{1/2}} \rightarrow \delta = \frac{\ln 2}{\tau_{1/2}}$$

$$A = \int_0^\infty P(t)\,dt = \int_0^\infty i^2 R\,dt = R\int_0^\infty i_0^2 e^{-2\delta t}\,dt = i_0^2 \frac{R}{-2\delta}\left[e^{-2\delta t}\right]_0^\infty = \frac{i_0^2 R}{2\delta} = \frac{\delta^{\cancel{2}} Q^2 R}{2\cancel{\delta}} = \underline{\underline{\frac{Q^2 R \tau_{1/2}}{2}}}$$

subst. $-2\delta t = s$, $-2\delta\,dt = ds$

$$Q = \int_0^\infty i\,dt = \int_0^\infty i_0 e^{-\delta t}\,dt = i_0\left[\frac{e^{-\delta t}}{-\delta}\right]_0^\infty = \frac{i_0}{\delta}$$

$i = \frac{dQ}{dt}$ $i_0 = \delta Q$

Příklad 9. 27

Máte k dispozici zdroj elektromotorického napětí U = 12 V a drát z konstantanu o průměru d = 0, 5 mm a a rezistivitě ρ =5·10⁻⁷ Ω m. Jakou délku tohoto drátu potřebujete na zhotovení topné spirály o výkonu 10 W?

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

Ω $\quad \Omega m$ $\quad m$

$$P = UI = \frac{U^2}{R} = \frac{U^2}{\rho \frac{l}{S}} = \frac{U^2 S}{\rho l} = \frac{U^2 \pi \frac{d^2}{4}}{\rho l}$$

$U = IR$

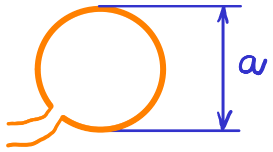
$$l = \frac{U^2 s \pi d^2}{4 \rho P} = \frac{\cancel{12}^{6}\,{}^{2} \cdot 0.\cancel{5}^{1}\pi\, mm^2\, \cancel{V^2}}{\cancel{4}\cdot\cancel{5}\cdot 10^{-7}\,\cancel{\Omega} m\, 10\,\cancel{W}} = 36\pi\cdot 10^{5-6}\,m \doteq \underline{\underline{11\,m}}$$

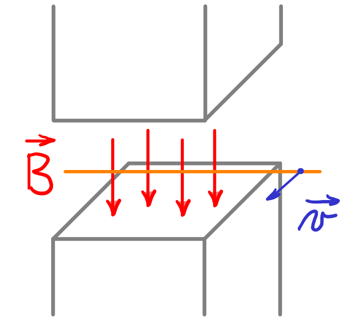
$$\frac{mm\cdot mm}{m} = 10^{-6}\,m$$

Ve sbírce příkladů mají patrně chybný numerický výsledek.

Příklad 9. 32

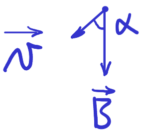
Vodivá kruhová smyčka o poloměru a/2 a elektrickém odporu R je umístěna v homogenním časově proměnném magnetickém poli s indukcí $B = B_0 \cos \omega t$. Indukce je kolmá na plochu smyčky. Vypočítejte proud indukovaný ve smyčce.

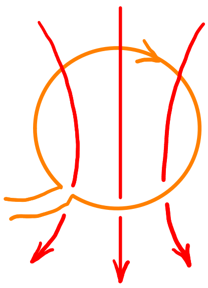




$$U = B\, l\, v \sin\alpha$$

vzorec ze středoškolských učebnic pro elektromagnetickou indukci na lineárním vodiči





$$\Phi = \iint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$$

elektromagnetická indukce:

$$\frac{d\Phi}{dt} = -U$$

$$\frac{d}{dt}\iint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = -\underbrace{\oint_C \vec{E}\cdot d\vec{l}}_{\iint_S \operatorname{rot}\vec{E}\cdot d\vec{S}}$$

$$\Phi = BS = B\frac{\pi a^2}{4}$$

magnetický ndukční tok, jednotka weber, Wb

$$I = \frac{U(t)}{R} = \frac{1}{R}\left|\frac{d\Phi}{dt}\right| = \frac{\pi a^2}{4R}\left|\frac{dB}{dt}\right| =$$

$$= \frac{\pi a^2}{4R}\,\omega B_0 \sin \omega t$$

$B = B_0 \cos \omega t$

Teorie relativity

Proč na teorii elektromagnetismu přirozeně navazuje teorie relativity:

$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$ Lorentzova síla

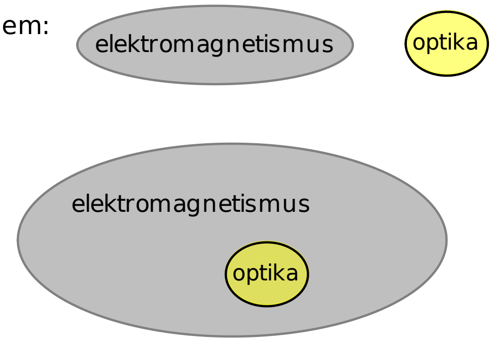
jde o relativistický efekt transformace pole do pohybující se soustavy

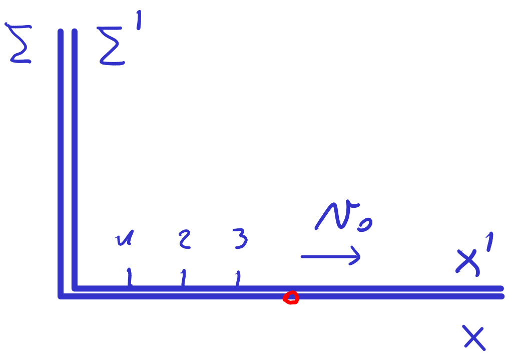
$$\underbrace{\varepsilon_0 \mu_0}_{\text{konst}} = \underbrace{\frac{1}{c^2}}_{\text{mělo by se skládat}}$$

Vztah z Mawvellových teoretických úvah, v nichž sjednotil optiku s elektromagnetickou teorii, vyvstala však otázka, jestli je rychlost světla konstantní nebo se sčítá s rychlostí vztažné soustavy.

před Maxwellem:

Maxwell:





Galileova transformace

$$x' = x - vt$$
$$t' = t$$

Lorentzova transformace

(oprava při konfrontaci zda platí zákony elektrodynamiky nebo původní zákony mechaniky)

$$x' = \gamma(x - vt)$$
$$y' = y$$
$$z' = z$$
$$t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right)$$

je symetrická vzhledem k záměně x ↔ ct

$$ct' = \gamma\left(ct - \frac{vx}{c}\right)$$
$$ct' = \gamma(ct - \beta x)$$
$$x' = \gamma(x - \beta ct)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \beta = \frac{v}{c}$$

Příklad 11. 3

Při srážkách částic (primárního) kosmického záření s atomy vrchní vrstvy atmosféry vznikají miony. Jsou to nestabilní částice se střední dobou života $\tau = 2.2 \cdot 10^{-6}$ s. Pozorování pomocí stratosférických balónů a raket ukázala, že miony vznikají ve velkých výškách nad povrchem Země (více než 10 km) a odtud se pohybují k Zemi rychlostí blížící se rychlosti světla. Za střední dobu života τ se mion rozpadá na elektron a dvě neutrina.

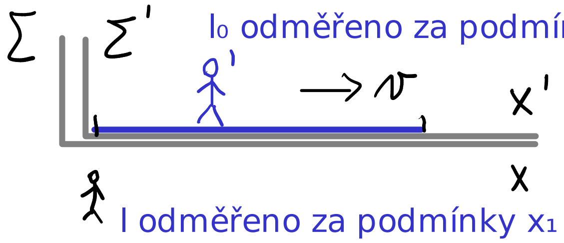
Mion s rychlostí v = 0.9998c vznikl ve výšce 15 km. Jakou dráhu urazí mion v klidové soustavě Země?

Transformace časových intervalů:

$$\left.\begin{aligned} U_1 &= (x_1, t_1) \\ U_2 &= (x_1, t_2) \end{aligned}\right\} \xrightarrow[\text{L.T.}]{} \underbrace{c\Delta t'}_{\tau'} = \gamma(c\underbrace{\Delta t}_{\tau} - \beta\underbrace{\Delta x}_{0})$$

$$x_2 = x_1$$

Dilatace času: $\cancel{c}\tau = \gamma \cancel{c}\tau'$



l_0 odměřeno za podmínky $x_1' = x_2'$

l odměřeno za podmínky $x_1 = x_2$

$$\ell_0 = x_2' - x_1' \qquad t_2' = t_1'$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ ct' \end{pmatrix} = \Lambda \begin{pmatrix} x \\ ct \end{pmatrix}$$

$$\gamma^2 - \beta^2\gamma^2 = \frac{1-\frac{v^2}{c^2}}{1-\frac{v^2}{c^2}} = 1$$

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta \\ -\gamma\beta & \gamma \end{pmatrix}$$

$$\Lambda^{-1} = \frac{1}{|\Lambda|} D^T = $$

$$= \frac{1}{\gamma^2 - \beta^2\gamma^2} \begin{pmatrix} \gamma & \gamma\beta \\ \gamma\beta & \gamma \end{pmatrix}$$

$$\ell = \Delta x = \gamma(\underbrace{\Delta x'}_{} + \beta \Delta t')$$

$$\Delta t = 0 \quad \ell_0 \quad \Delta t' \neq 0$$

$$\ell_0 = \Delta x' = \gamma(\underbrace{\Delta x}_{\ell = x_2 - x_1} - \beta c \underbrace{\Delta t}_{0})$$

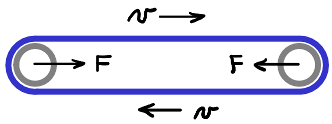
$$\boxed{\ell = \frac{\ell_0}{\gamma}}$$

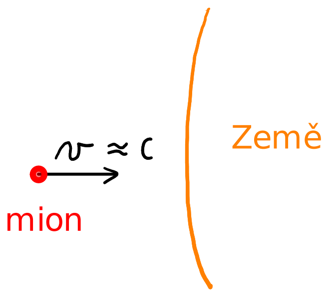
kontrakce délek

$$\gamma \geq 1$$

$$\frac{\ell_0}{\ell}$$

Dopravní pás se kontrakcí délek zkrátí, což se projeví mechanickým napětím.





$$\ell_{atm} = 15\,km$$

Mion urazí za T délku $\ell_0 = v\tau \approx c\tau$
v soustavě klidové pro mion.
Pro pozorovatele na zemi

$$= 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \cdot 2.2 \cdot 10^{-6} s = 660\,m$$

Pro pozorovatele na Zemi je toto ale zkrácená délka efektem kontrakce délek.

$$\ell_0 = \gamma \ell = \frac{c\tau}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \approx \frac{c\tau}{\sqrt{1-0.9998^2}} \approx$$

délka přepočítaná pro pozorovatele na zemi

$(a+b)^2 \approx a^2 + 2ab$
$b \ll a$

$$\approx \frac{c\tau}{\sqrt{1-0.9996}} = \frac{c\tau}{\sqrt{0.0004}} = \frac{\sqrt{10000} \cdot 660\,m}{\sqrt{4}} = \frac{100}{2} \cdot 660\,m = \underline{\underline{33\,km}}$$