

UNIVERZITA KARLOVA
Přírodovědecká fakulta

„Kořeny hor“

(cvičení z matematické geografie)

Zadání:

Vypočítejte do jaké hloubky zasahuje zemská kůra pod Alpami! (Podle zjednodušeného schématu a s použitím Airyho teorie)

Postup řešení:

Označme hustoty jednotlivých vrstev horstva $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4$ a hustotu okolní horniny ρ_p . Na těleso ponořené do kapaliny působí síly gravitační a vztlaková:

$$F_g = \rho_i S \cdot h \cdot g \quad \text{a} \quad F_{vztl} = \rho_{kap} S \cdot x \cdot g,$$

kde S je plocha, h je celková výška, g je gravitační zrychlení a ρ_{kap} je hustota kapaliny, $\bar{\rho}$ je průměrná hustota ponořeného předmětu, x je část předmětu pod vodou, y část nad vodou. Pokud je vztlaková síla větší než gravitační, těleso plave.

$$\begin{aligned} F_{vztl} - F_g &= \rho_{kap} S \cdot x \cdot g - \bar{\rho} S \cdot h \cdot g \\ \rho_{kap} S \cdot x \cdot g - \bar{\rho} S \cdot h \cdot g &= Sg(\rho_{kap}x - \bar{\rho}h) = Sg(\rho_{kap}(h-y) - \bar{\rho}h) \\ Sg(\rho_{kap}(h-y) - \bar{\rho}h) &= Sg(h(\rho_{kap} - \bar{\rho}) - \rho_{kap}y) = 0 \\ Sgh(\rho_{kap} - \bar{\rho}) &= Sg\rho_{kap}y \\ h &= \frac{y\rho_{kap}}{\rho_{kap} - \bar{\rho}}, \end{aligned}$$

kde $\bar{\rho}$ spočítáme jako: $\frac{\sum_{i=1}^n \rho_i \cdot w_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$ (vážený průměr)

Dosažení hodnot:

$$\rho_1 = 2,4 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}, \rho_2 = 2,8 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}, \rho_3 = 2,9 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}, \rho_4 = 3,1 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}, \rho_p = \rho_{kap} = 3,4 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$$

$$x_1 = 1,9 \text{ km}, x_2 = 2,1 \text{ km}, x_3 = 17 \text{ km}, x_4 = 16 \text{ km}$$

$$\bar{\rho} = \frac{\sum_{i=1}^n \rho_i \cdot w_i}{\sum_{i=1}^n w_i} = \frac{109,34}{37} \approx 2,96 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$$

$$y = \frac{h(\rho_{kap} - \bar{\rho})}{\rho_{kap}} = \frac{37 \cdot (3,4 - 2,96)}{3,4} \approx 4,79 \text{ km}$$

$$x = h - y \approx 37 - 4,79 = 32,21 \text{ km}$$

Odpověď:

Zemská kůra pod Alpami zasahuje do hloubky cca 32 km.

