

# ÚLOHY Z ELEKTŘINY A MAGNETIZMU

## SADA 8

Peter Dourmashkin

© MIT 2006, překlad: Vítězslav Kříha (2007)



### Obsah

|  |          |
|--|----------|
| <b>SADA 8</b>                                  | <b>2</b> |
| <b>P</b> ÚLOHA 1: LIDSKÝ VÝKON                 | 2        |
| <b>P</b> ÚLOHA 2: POHYBLIVÁ PŘÍČKA             | 2        |
| <b>P</b> ÚLOHA 3: POHYBLIVÁ SMYČKA             | 2        |
| <b>P</b> ÚLOHA 4: HRANOLEK NA NAKLONĚNÉ ROVINĚ | 3        |
| <b>P</b> ÚLOHA 5: PĚT KRÁTKÝCH OTÁZEK          | 3        |
| <b>P</b> ÚLOHA 6: DETEKCE PROUDU VE VODIČI     | 6        |
| <b>P</b> ÚLOHA 7: KOAXIÁLNÍ KABEL              | 6        |
| <b>P</b> ÚLOHA 8: GENERÁTOR                    | 6        |
| <b>P</b> ÚLOHA 9: ČÁSTICE V MAGNETICKÉM POLI   | 7        |
| <b>ŘEŠENÍ ÚLOH</b>                             | <b>8</b> |
| <b>Ř</b> ÚLOHA 1: LIDSKÝ VÝKON                 | 8        |
| <b>Ř</b> ÚLOHA 2: POHYBLIVÁ PŘÍČKA             | 8        |
| <b>Ř</b> ÚLOHA 3: POHYBLIVÁ SMYČKA             | 9        |
| <b>Ř</b> ÚLOHA 4: HRANOLEK NA NAKLONĚNÉ ROVINĚ | 9        |
| <b>Ř</b> ÚLOHA 5: PĚT KRÁTKÝCH OTÁZEK          | 10       |
| <b>Ř</b> ÚLOHA 6: DETEKCE PROUDU VE VODIČI     | 10       |
| <b>Ř</b> ÚLOHA 7: KOAXIÁLNÍ KABEL              | 10       |
| <b>Ř</b> ÚLOHA 8: GENERÁTOR                    | 11       |
| <b>Ř</b> ÚLOHA 9: ČÁSTICE V MAGNETICKÉM POLI   | 12       |

## Sada 8

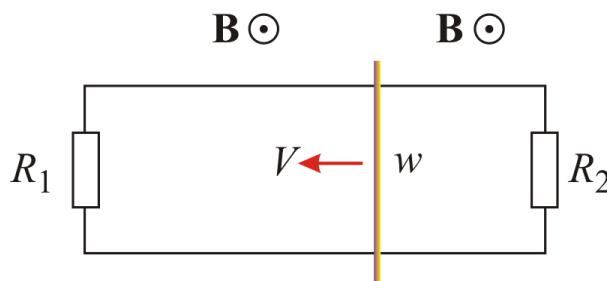
### P Úloha 1: Lidský výkon

Část potěšení, které vám skýtá porozumění Faradayovu zákonu, spočívá v pochopení, jak vlastně pracují všechny ty generátory. Než s tím začneme, zamyslíme se nad tím, jaký výkon jste schopni vyvinout osobní aktivitou.

- Najděte rozumnou horní mez výkonu, který vydá osoba, jež se zabývá běžnou denní aktivitou. *Návod:* Dá se na to jít různě. Pro jednu možnost připomenu, že 1 kilokalorie potravin je 4,2 kilojoulu, i když se dnes na obalech setkáte s oběma jednotkami.
- Používám samonatahovací náramkové hodinky. Jaký výkon potřebují moderní digitální hodinky? Může být tato energie generována pohybem zápěstí?

### P Úloha 2: Pohyblivá příčka

Vodivá tyč s nulovým odporem a délkou  $w$  klouže po dvou dokonale vodivých drátech. Rezistory  $R_1$  a  $R_2$  navzájem propojují oba dráty na koncích a tím vytvářejí obvod znázorněný na obrázku. Homogenní časově konstantní magnetické pole vychází ven ze stránky.

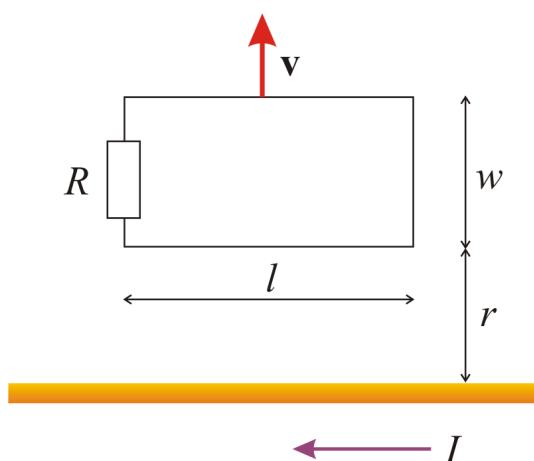


- Jakou velikost a směr (rostoucí či klesající) má rychlosť změny magnetického toku v pravé smyčce?
- Jaký proud (velikost a směr) teče skrze odpor  $R_2$ ?
- Jakou velikost a směr (rostoucí či klesající) má rychlosť změny magnetického toku v levé smyčce?
- Jaký proud (velikost a směr) teče skrze  $R_1$ ?
- Jakou velikost a směr má magnetická síla působící na tyč?

### P Úloha 3: Pohyblivá smyčka

Pravoúhlá smyčka s rozměry  $l$  a  $w$  se pohybuje s konstantní rychlosťí  $v$  směrem od nekonečně dlouhého přímého vodiče protékaného proudem  $I$  (viz obrázek). Celkový odpor smyčky je  $R$ .

- Ze zákona celkového proudu najděte magnetické pole ve vzdálenosti  $s$  od přímého vodiče protékaného proudem.
- Určete magnetický tok protékající pravoúhlou smyčku v okamžiku, kdy je dolní strana s délkou  $l$  ve vzdálenosti  $r$  od



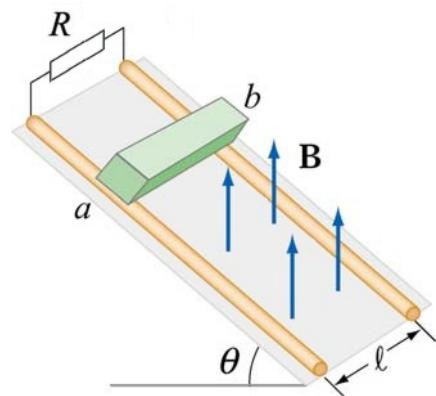
přímého vodiče protékaného proudem. Situace odpovídá obrázku.

- (c) Najděte indukované elektromotorické napětí a jemu odpovídající proud protékající pravoúhlou smyčku v okamžiku, kdy je dolní strana s délkou  $l$  ve vzdálenosti  $r$  od přímého vodiče protékaného proudem. Jakým směrem teče proud?

#### **P Úloha 4: Hranolek na nakloněné rovině**

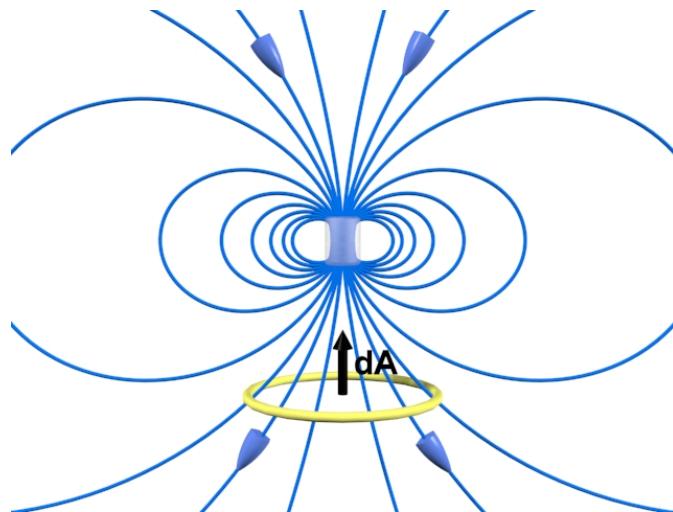
Vodivý hranolek s hmotností  $m$  sjíždí bez odporu po dvou vodivých kolejnicích nakloněných pod úhlem  $\theta$  vůči horizontále. Kolejnice jsou rovnoběžné a vzdálenost mezi nimi je  $\ell$ . Na horním konci jsou propojeny rezistorem  $R$ . Navíc, jak vidíte na obrázku, působí homogenní magnetické pole s indukcí  $\mathbf{B}$  orientovanou svisle vzhůru. Hranolek se z klidu posouvá dolů. V čase  $t$  se hranolek pohybuje po kolejích s rychlostí  $v(t)$ .

- (a) Najděte indukovaný proud v hranolku v čase  $t$ .  
Kterým směrem prouží teče, od  $a$  k  $b$  nebo od  $b$  k  $a$ ?
- (b) Najděte maximální rychlosť, kterou hranolek získá.
- (c) Jaký proud poteče hranolkem při maximální rychlosti?
- (d) Najděte výkon rozptylovaný na rezistoru.
- (e) Najděte výkon dodaný tíhovým polem hranolku.  
V jakém vztahu je odpověď vůči odpovědi na otázku (d) a proč?

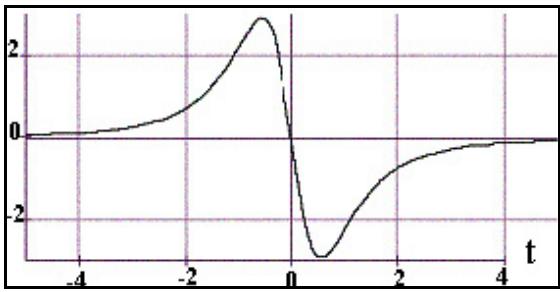


#### **P Úloha 5: Pět krátkých otázek**

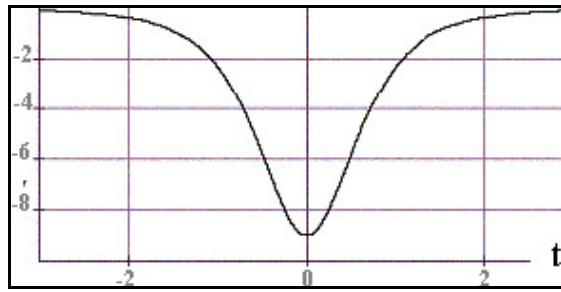
- (a) Závit s odporem  $R$  ohraničuje plochu s normálou orientovanou vzhůru. Závit se nachází pod magnetem, jehož jižní pól je nahore, viz obrázek. Definujeme si jako kladný proud proti směru hodinových ručiček při pohledu shora a zanedbáme samoindukci způsobenou indukovaným proudem.



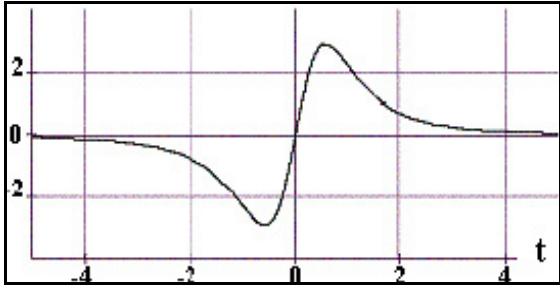
Jak bude vypadat proud indukovaný v závitu, pokud se bude pohybovat svisle podél osy magnetu do symetrické polohy nad magnetem? (Symetrii berte z hlediska pozice, nikoli orientace. Závit je po rovnoběžném posunu nad magnet ve skutečnosti orientován antisymetricky vůči výchozí pozici. Napoví vám tato informace?)



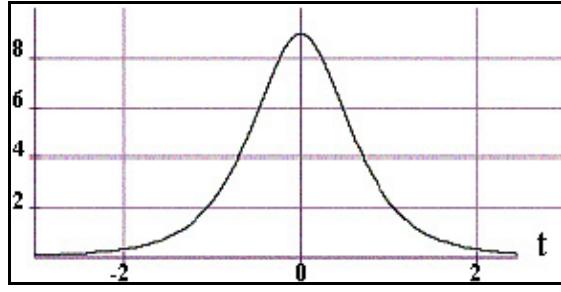
1)



2)

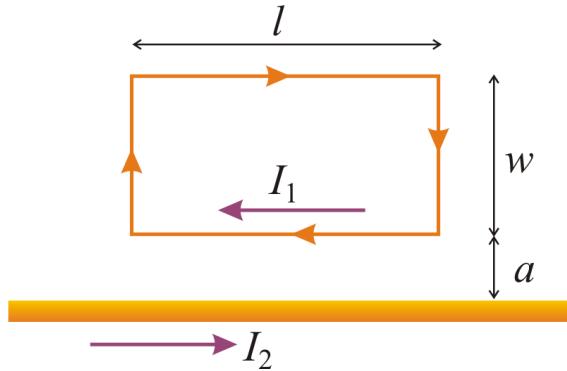


3)



4)

- (b) Drátěná smyčka je protékána proudem  $I_1$  a je umístěna v blízkosti nekonečně dlouhého přímého vodiče s proudem  $I_2$ . Proud tečou ve směrech vyznačených na obrázku.



Kam bude směřovat síla působící na smyčku ze strany pole nekonečně dlouhého vodiče?

- 1) nahoru,
- 2) dolu,
- 3) síla je nulová,
- 4) doleva,
- 5) doprava.

- (c) Představte si kruhovou smyčku s poloměrem  $R$  a homogenně nabitou s délkovou hustotou  $\lambda$  (náboj na jednotkovou délku). Představte si, že cívka rotuje s úhlovou rychlostí  $\omega$  kolem osy procházející jejím středem kolmo k rovině smyčky. Magnetický dipólový moment smyčky můžete vyjádřit výrazem

- 1)  $\mu = \lambda \pi R^2$ ,
- 2)  $\mu = \lambda \omega \pi R^2$ ,
- 3)  $\mu = 2\lambda \omega \pi R^2$ ,

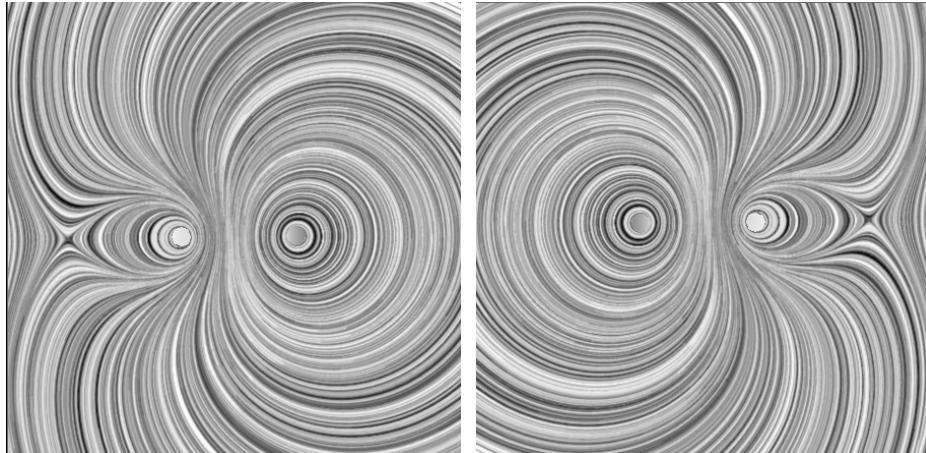
4)  $\mu = \lambda \omega \pi R^3$ ,

5)  $\mu = 2\lambda \omega \pi R^3$ .

- (d) Dva rovnoběžné vodiče jsou taženy podél osy  $z$ , která směřuje z nárysny. Pravým vodičem teče proud  $I > 0$  směrem z nárysny. Levým vodičem teče proud  $I_2 = I/2$  rovněž směrem z nárysny (viz obrázek).

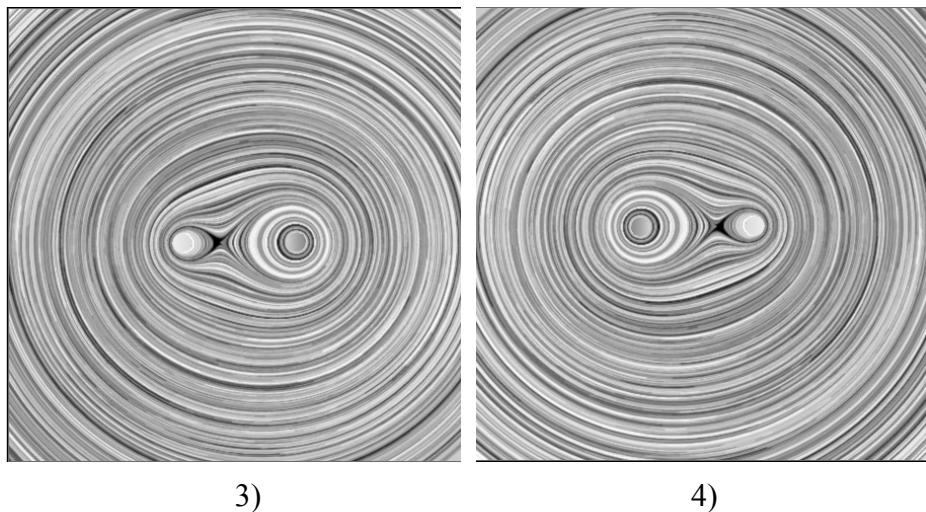
$$\begin{array}{cc} I/2 & I \\ \circledcirc & \circledcirc \end{array}$$

Který obrázek šumové textury zobrazuje magnetické pole vodičů?



1)

2)



3)

4)

- (e) Magnetický dipól je umístěn do středu mezi Helmholtzovými cívkami protékanými stejnými, ale protisměrnými proudy. Moment není rovnoběžný s osou cívek. Na dipól bude působit

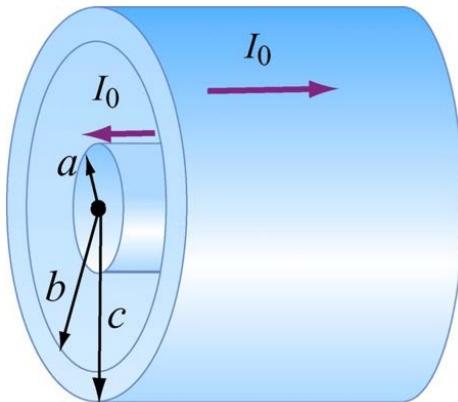
- 1) síla, ale ne moment.
- 2) moment, ale ne síla.
- 3) síla i moment.
- 4) ani síla, ani moment.

## P Úloha 6: Detekce proudu ve vodiči

Je možné určit pomocí kompasu, zdali vodičem protéká proud převyšující jeden ampér? Pokud ano, jak? Pokud ne, proč? Podepřete své tvrzení číselnými hodnotami.

## P Úloha 7: Koaxiální kabel

Koaxiální kabel tvoří vnitřní plný vodič s poloměrem  $a$ , obklopený koncentrickou válcovou trubkou s vnitřním poloměrem  $b$  a vnějším poloměrem  $c$ . Vodiči protékají stejné a opačně orientované proudy  $I_0$  homogenně rozložené podél průřezu. Uveďte, jakou uzavřenou křivku používáte při výpočtu cirkulace podle zákona celkového proudu.

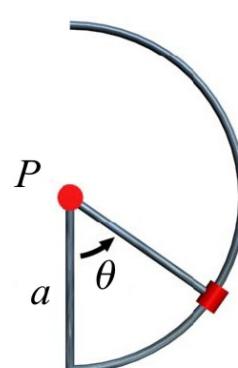


- (a) Najděte velikost a směr indukce magnetického pole pro  $r < a$ .
- (b) Najděte velikost a směr indukce magnetického pole pro  $a \leq r \leq b$ .
- (c) Najděte velikost a směr indukce magnetického pole pro  $b \leq r \leq c$ .
- (d) Zakreslete výsledky do grafu.

## P Úloha 8: Generátor

Máme obvod  $C$  ve tvaru kruhové výseče. Základ obvodu tvoří svislá vodivá tyč přivařená k vodivé tyči zahnuté do polokruhového oblouku s poloměrem  $a$ . Obvod je uzavřen vodivou příčkou délky  $a$  zachycenou čepem do středu oblouku, bodu  $P$ , kolem něhož se volně otáčí. Vnitřní konec pohyblivé příčky je vodivě spojen se svislou tyčí, vnější je vodivě spojen s obloukem. Svislá tyč a příčka svírají úhel  $\theta$ , viz obrázek. Obvod je umístěn do homogenního magnetického pole  $\mathbf{B}$  směrující z nárysny.

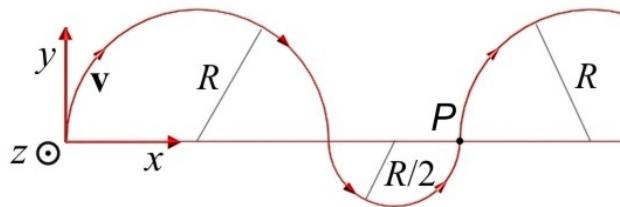
$$\mathbf{B}_{\text{ext}} \circlearrowleft$$



- (a) V jakém směru poteče proud obvodem  $C$  při zvětšování úhlu  $\theta$  v čase?
- (b) Příčka se pohybuje s konstantní úhlovou rychlostí  $\omega$ . Jaká bude velikost změny magnetického toku protékající obvodem  $C$ ? Berte v úvahu pouze vnější pole  $\mathbf{B}$ , nepočítejte s magnetickými poli spojenými s indukovanými proudy!
- (c) Příčka se pohybuje s konstantní úhlovou rychlostí  $\omega$ . Odpor obvodu  $C$  je konstantní hodnota  $R$  (tj. vodivost oblouku je řádově vyšší než ostatních částí). Najděte velikost a směr síly působící ze strany vnějšího pole na příčku pomocí zadaných hodnot.

**P Úloha 9: Částice v magnetickém poli**

Kladně nabité částice s hmotností  $m$  se nachází v čase  $t_0$  v počátku souřadnic a pohybuje se rychlostí  $\mathbf{v} = v \hat{\mathbf{j}}$ . Následně se pohybuje po dráze znázorněné na obrázku. Velikost rychlosti  $v = |\mathbf{v}|$  je stále stejná, ale směr  $\mathbf{v}$  se mění v čase.



- (a) Najděte směr indukce konstantního magnetického pole, které způsobí pohyb náboje, pokud  $y > 0$ .
- (b) Odvodte výraz pro velikost indukce konstantního magnetického pole, které způsobí pohyb náboje, pokud  $y > 0$ .
- (c) Odvodte výraz pro velikost a směr indukce konstantního magnetického pole, které způsobí pohyb náboje, pokud  $y < 0$ .
- (d) Jak dlouho se bude náboj pohybovat do bodu P (viz obrázek) podél osy x? Vyjádřete pomocí zadaných veličin.
- (e) Pokud částici pozorujeme dostatečně dlouho, nevnímáme oscilace kolem osy x, a jeví se nám, že se náboj pohybuje podél osy x s určitou průměrnou rychlostí. Jaká bude její velikost?

## Řešení úloh

### Ř Úloha 1: Lidský výkon

- (a) K problému se dá přistoupit různě, jak již bylo řečeno. Primitivní pohled na věc je prohlásit, že denně sníte 2 000 kilokalorií tj.  $8,4 \times 10^6 \text{ J} \sim 100 \text{ Wattů}$ . Tato hodnota je hodně nadsazená, nepočítá se ztrátami, ukládáním energie, potřebami organismu (mimo jiné musíte určitě dýchat, pohánět krev, zajistit energií nervovou soustavu, udržovat tělesnou teplotu), ... Možná chcete využít k pohybu 1 % celkového metabolického obratu. K odhadu krátkodobého prahu můžete posoudit činnost jako je stoupání do schodů. Řekněme, že vystoupáte půl metru za sekundu (někde na vyšším zdolaném patře). Výkon je pak  $mg dh/dt \approx 250 \text{ W}$ . Porovnejme to s „obecně známými“ hodnotami energetické spotřeby při atletice, které se pohybují mezi 5 až 15 kaloriami za minutu, tj. od 350 W do 1 kW (při přeměně energie na změnu gravitačního potenciálu nemáte 100 % účinnost). Takže tohle budou nadsazené odhady horní meze lidského výkonu.
- (b) Zamysleme se, jaký výkon potřebují hodinky. Jaká energie může být získána z baterie a jak často baterii měníme? Baterie vydrží asi rok. Co se týče energie, můžeme se podívat na plášť baterie a zjistíme, že obvykle jsou tam hodnoty 1,5 V a 50 mAh. Nebo si řekneme, že hustota energie je vzhledem k užitému principu stejná jako u mikrotužkových baterií (typ AAA, připomínám, že jeho energie je  $1,5 \text{ V} \times 0,5 \text{ Ah} = 0,7 \text{ Wh}$ ). Objem baterie v hodinkách je zhruba desetina mikrotužkové baterie. Odhad trochu nadsadíme a řekneme, že hodinky spotřebují za rok 0,1 Wh. Rok má  $24 \times 365 \sim 9000$  hodin, tím dostáváme hodnotu potřebného výkonu kolem  $10^{-5} \text{ Wattu}$ . To je hodně málo. Při pohybu jednoho gramu nahoru a dolů o centimetr každých deset sekund dostanete potřebný výkon. Zápěstí určitě v průměru vykoná více pohybů, takže můžete hodinky nabíjet jeho pohybem.

### Ř Úloha 2: Pohyblivá příčka

- (a) Tok v pravé smyčce směřuje z nárysny a narůstá

$$\frac{d\Phi(t)}{dt} = \frac{dBA}{dt} = B \frac{dA}{dt} = BwV .$$

- (b) Tok směrem z nárysny v pravé smyčce narůstá, takže proud musí téci po směru hodinových ručiček, aby vyvolal tok směrem do nárysny. Velikost zjistíme z indukčního zákona:

$$I = \frac{|\mathcal{E}|}{R_2} = \frac{1}{R_2} \frac{d\Phi(t)}{dt} = \frac{BwV}{R_2} .$$

- (c) Tok v levé smyčce směřuje z nárysny a klesá

$$\frac{d\Phi(t)}{dt} = \frac{dBA}{dt} = B \frac{dA}{dt} = -BwV .$$

Velikost není v tomhle případě jednoznačný pojem, může to být jak kladná, tak záporná hodnota. Znaménkem minus je vyjádřeno, že se tok zmenšuje.

- (d) Tok směrem z nárysny v levé smyčce klesá, takže proud musí téci proti směru hodinových ručiček, aby kompenzoval zmenšení toku. Velikost proudu zjistíme z indukčního zákona:

$$I = \frac{|\mathcal{E}|}{R_1} = \frac{1}{R_1} \frac{d\Phi(t)}{dt} = \frac{BwV}{R_1}.$$

- (e) Proud v příčce je součet dvou proudů (oba tečou nahoru). Z výrazu pro sílu  $\mathbf{F} = I \mathbf{L} \times \mathbf{B}$  vidíme, že síla směruje **doprava**. Stejný výsledek získáte použitím Lenzova pravidla. Velikost síly je

$$F = |I \mathbf{L} \times \mathbf{B}| = ILB = \left( BwV \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right) wB = \boxed{B^2 w^2 V \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}.$$

### Ř Úloha 3: Pohyblivá smyčka

- (a) Představte si kružnici o poloměru  $s$  kolmo k vodiči se středem ve vodiči. Použijeme zákon celkového proudu  $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B(2\pi s) = \mu_0 I$ , což dává  $B = \mu_0 I / 2\pi s$  (nad vodičem pole směruje do nárysny).
- (b) Magnetický tok smyčkou bude téci do nárysny a bude mít hodnotu

$$\Phi_B = \iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = \int_r^{r+w} \left( \frac{\mu_0 I}{2\pi s} \right) l ds = \frac{\mu_0 Il}{2\pi} \ln \left( \frac{r+w}{r} \right).$$

- (c) Indukované elektromotorické napětí je

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt} \Phi_B = -\frac{\mu_0 Il}{2\pi} \frac{r}{r+w} \left( \frac{-w}{r^2} \right) \frac{dr}{dt} = \frac{\mu_0 Il}{2\pi} \frac{vw}{r(r+w)}.$$

Tomuto napětí odpovídá indukovaný proud

$$I = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{\mu_0 Il}{2\pi R} \frac{vw}{r(r+w)}.$$

Při vzdalování smyčky magnetický tok ve smyčce klesá, jak pole postupně slábne. Indukované proudy vytvářejí magnetická pole, která se snaží bránit změnám magnetického toku. Takže proudy tečou ve směru hodinových ručiček, což tvoří samoindukovaný tok směrem do nárysny.

### Ř Úloha 4: Hranolek na nakloněné rovině

- (a) Tok mezi rezistorem a hranolkem je  $\Phi = BLx(t)\cos\theta$ , kde  $x(t)$  je vodorovná vzdálenost hranolku od horního okraje kolejnic. Pak platí

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt} \Phi = -\frac{d}{dt} Blx(t)\cos\theta = BLv(t)\cos\theta.$$

Jelikož odpor obvodu je  $R$ , velikost indukovaného proudu je

$$I = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{BLv(t)\cos\theta}{R}.$$

Indukovaný proud vytváří magnetické pole, které brání změně magnetického toku, proud teče ve směru hodinových ručiček, od  $b$  k  $a$  podél sloupku.

(b) Maximální rychlosť odpovídá situaci, kdy magnetické pole kompenzuje tíhu.

$$mg \sin \theta = IBl \cos \theta = \frac{Blv(t) \cos \theta}{R} B l \cos \theta \quad \Rightarrow \quad v_{\max} = \frac{Rmg \sin \theta}{(Bl \cos \theta)^2}.$$

(c) Při maximální rychlosti poteče hranolkem proud

$$I = \frac{Blv_{\max} \cos \theta}{R} = \frac{Bl \cos \theta}{R} \left( \frac{Rmg \sin \theta}{(Bl \cos \theta)^2} \right) = \frac{mg}{Bl} \operatorname{tg} \theta.$$

(d) Výkon rozptylovaný na rezistoru je

$$P = I^2 R = \left( \frac{mg}{Bl} \operatorname{tg} \theta \right)^2 R.$$

(e) Výkon dodaný tíhom pole hranolku je

$$\mathbf{F} \cdot \mathbf{v} = (mg \sin \theta) v_{\max} = mg \sin \theta \frac{Rmg \sin \theta}{(Bl \cos \theta)^2} = \left( \frac{mg}{Bl} \operatorname{tg} \theta \right)^2 R = P.$$

Oba výkony jsou stejné. Po dosažení maximální rychlosti hranolek už není urychlován a veškerá práce vykonaná tíhom polem je tudíž rozptylována na rezistoru.

### Ř Úloha 5: Pět krátkých otázek

- (a) Správně je odpověď 1). Z antisymetrie orientace cívky můžete rovnou zamítout možnosti 2) a 4).
- (b) Správně je odpověď 1) nahoru, vodič a smyčka se budou vzájemně odpuzovat.
- (c) Správně je odpověď 4),  $\mu = \lambda \omega \pi R^3$ .
- (d) Správně je odpověď 3).
- (e) Správně je odpověď 2). Bude působit moment, ale ne síla.

### Ř Úloha 6: Detekce proudu ve vodiči

Pole vodiče musí stačit na ovlivnění střelky kompasu (jinak řečeno srovnatelné s magnetickým polem Země) řekněme centimetr od vodiče:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \approx 2 \times 10^{-5} \text{ T}.$$

To je zhruba polovina pole Země, tím pádem ampérový proud můžeme detektovat jak stáčením střelky, tak změnou frekvence jejích kmitů.

### Ř Úloha 7: Koaxiální kabel

Jako uzavřenou křivku použijeme při výpočtu cirkulace kružnice se středem na ose kabelu, ležící v rovině kolmé k této ose s průběžným poloměrem  $r$ . Při pohledu zleva doprava budeme integrovat proti směru hodinových ručiček.

(a) pro  $r < a$ :

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B 2\pi r = \mu_0 I_0 \frac{r^2}{a^2} \quad \Rightarrow \quad B = \frac{\mu_0 I_0 r}{2\pi a^2} \geq 0.$$

Pole míří proti směru hodinových ručiček při pohledu zleva doprava.

(b) pro  $a \leq r \leq b$ :

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B 2\pi r = \mu_0 I_0 \quad \Rightarrow \quad B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r} > 0.$$

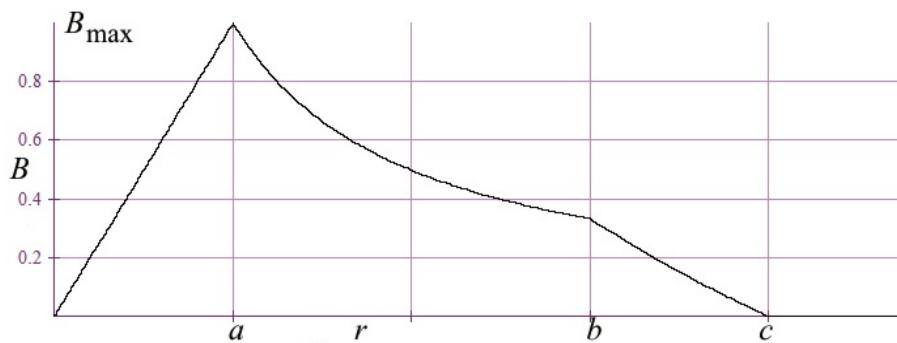
Pole míří proti směru hodinových ručiček při pohledu zleva doprava.

(c) pro  $b \leq r \leq c$ :

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B 2\pi r = \mu_0 I_0 \left( 1 - \frac{r^2 - b^2}{c^2 - b^2} \right) \quad \Rightarrow \quad B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r} \left( 1 - \frac{r^2 - b^2}{c^2 - b^2} \right) \geq 0.$$

Pole míří proti směru hodinových ručiček při pohledu zleva doprava.

(d) Výsledné pole je zobrazeno na následujícím grafu.



### Ř Úloha 8: Generátor

(a) Tok z nákresny při pohybu vzniká, takže indukované pole musí směrovat do nákresny. Proud musí tечи ve směru hodinových ručiček.

$$(b) \frac{d}{dt} \Phi = \frac{d}{dt} (BA) = B \frac{d}{dt} \left( \pi a^2 \frac{\theta}{2\pi} \right) = \frac{Ba^2}{2} \left( \frac{d\theta}{dt} \right) = \frac{Ba^2}{2} \omega.$$

(c) Pomocí odporu najdeme z elektromotorického napětí proud, na který působí pole:

$$\mathcal{E} = \frac{d}{dt} \Phi = \frac{Ba^2}{2} \omega \quad \Rightarrow \quad I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{Ba^2}{2R} \omega \quad \Rightarrow \quad F = IaB = \frac{B^2 a^3 \omega}{2R}.$$

Síla brání pohybu, což znamená, že působí v azimutálním směru a opačně, než se pohybuje příčka.

## Ř Úloha 9: Částice v magnetickém poli

(a) Vektory dostředivé síly, rychlosti a indukce musí při kladném náboji tvořit pravotočivou trojici, takže pokud  $y > 0$ , indukce směruje v kladném směru osy  $z$ , tedy z nárysny.

(b) Dostředivá a magnetická síly se musejí rovnat:

$$qVB = \frac{mv^2}{R} \quad \Rightarrow \quad B = \frac{mv}{qR}.$$

(c) Z předchozí odpovědi je vidět, že indukce je nepřímo úměrná poloměru:

$$B = \frac{mv}{R} = \frac{2mv}{q\frac{R}{2}}.$$

Dostředivé zrychlení působí v opačném směru než při  $y > 0$ , indukce směruje do nárysny.

(d) Náboj se pohybuje po dvou polokružnicích s konstantní velikostí rychlosti:

$$T_{\text{do } P} = \frac{d_{\text{do } P}}{v} = \frac{\pi R + \pi \frac{R}{2}}{v} = \frac{3\pi R}{2v}.$$

(e) Průměrnou rychlosť určíme jako podíl vzdálenosti k času:

$$\langle v_x \rangle = \frac{d_{\text{do } P}}{T_{\text{do } P}} = \frac{\frac{3R}{2}}{\frac{3\pi R}{2v}} = \frac{2}{\pi}v.$$