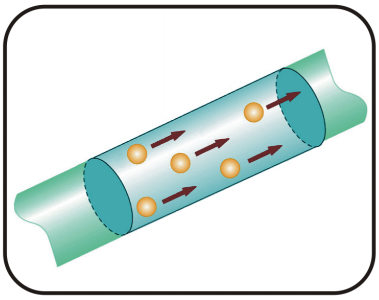
ELEKTŘINA A MAGNETIZMUS

VI. Odpor a elektrický proud



Obsah

6 ODPOR A ELEKTRICKÝ PROUD 2

6.1 ELEKTRICKÝ PROUD 2

6.1.1 HUSTOTA PROUDU 3

6.2 OHMŮV ZÁKON 4

6.3 ELEKTRICKÁ ENERGIE A VÝKON 6

6.4 SHRNUTÍ 7

6.5 ŘEŠENÉ ÚLOHY 8

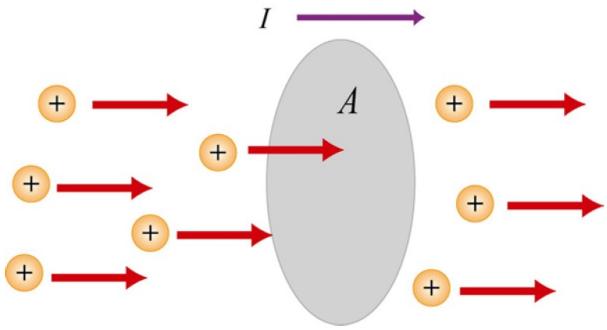
6.6 TÉMATICKÉ OTÁZKY 11

6.7 NEŘEŠENÉ ÚLOHY 12

6 Odpor a elektrický proud

6.1 Elektrický proud

Elektrický proud je tok elektrického náboje. Vezměme si skupinu nábojů, které se pohybují kolmo k ploše o obsahu A, jak ukazuje obrázek 6.1.1.



Obr. 6.1.1: Náboje, pohybující se průřezem A.

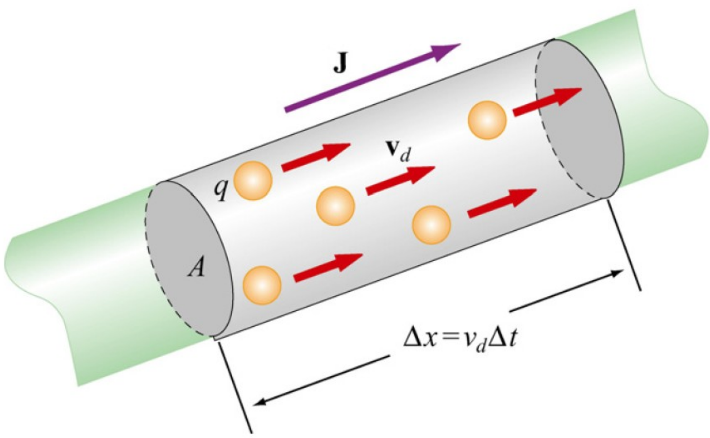
Elektrický proud je definován jako celková velikost náboje, který daným průřezem proteče za jednotku času. Jestliže celkový náboj ΔQ projde průřezem za čas Δt, pak je průměrná hodnota elektrického proudu I_{avg} rovna

$$I_{\text{avg}} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \ . \tag{6.1.1}$$

Jednotkou elektrického proudu v soustavě SI je jeden ampér (A), kde 1 A = 1 coululomb / s. Velikosti elektrického proudu v přírodě se pohybují od nanoampérů, které tečou našimi nervy, po megaampéry, které protékají bleskovými kanály. V limitním přechodu $\Delta t \to 0$ může být okamžitý proud I definován jako

$$I = \frac{dQ}{dt} \ . \tag{6.1.2}$$

Směr elektrického proudu byl implicitně stanoven jako směr pohybu kladných nábojů. Nositeli elektrického náboje uvnitř vodičů jsou ovšem záporně nabité volné elektrony, které se tedy dle konvence pohybují proti směru elektrického proudu. Elektrický proud může protékat pevnými látkami (kovy, polovodiči), kapalinami (elektrolyty) a ionizovanými plyny. Látky, které nevedou elektrický proud, nazýváme nevodiči, izolanty



Obr. 6.1.2: Náboje, pohybující se vodičem.

6.1.1 Hustota proudu

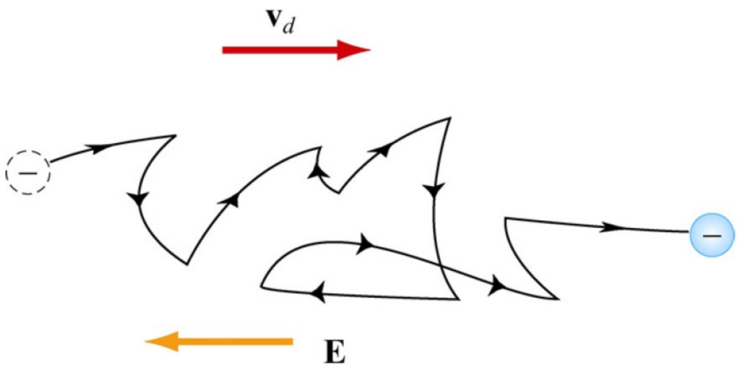
Abychom pochopili vztah makroskopického proudu k pohybu mikroskopických nabitých částic, podívejme se na obrázek 6.1.2, který ukazuje vodič o průřezu A. Celkový proud protékající vodičem můžeme vyjádřit jako

$$I = \iint \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A}\,, \tag{6.1.3}$$

kde **J** je hustota proudu (její jednotkou v soustavě SI je A/m^2). Jestliže náboj každého nosiče je q a n jejich počet v jednotkovém objemu, je celkové množství náboje v daném objemu vodiče rovno $\Delta Q = q(n\,A\,\Delta x)$. Pokud se nosiče náboje pohybují rychlostí v_d, je jejich posun v čase Δt roven $\Delta x = v_\mathrm{d}\Delta t$, odkud vyplývá

$$I_\mathrm{avg} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = nqv_\mathrm{d}A\ . \tag{6.1.4}$$

Rychlost v_d, s jakou se nosiče náboje pohybují, je tzv. *driftová rychlost*. Fyzikálně je v_d průměrná rychlost nosičů náboje uvnitř vodiče, který je vložen do vnějšího elektrického pole. Ve skutečnosti se ale elektron ve vodiči nepohybuje po přímce, jeho pohyb je chaotický, jak ukazuje obrázek 6.1.3.



Obr. 6.1.3: Pohyb elektronu ve vodiči.

Z výše uvedených rovnic vyplývá, že hustota proudu **J** může být vyjádřena jako

$$\mathbf{J} = nq\mathbf{v}_\mathrm{d}\,. \tag{6.1.5}$$

Vidíme, že vektory **J** a $\mathbf{v}_\mathrm{d}$ míří stejným směrem v případě pohybu kladných nábojů a opačným směrem při pohybu záporných nábojů.

Abychom nalezli driftovou rychlost elektronů, všimněme si nejdříve, že na elektron ve vodiči působí elektrická síla $\mathbf{F}_\mathrm{e} = -e\mathbf{E}$, která mu uděluje zrychlení

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}_\mathrm{e}}{m_\mathrm{e}} = -\frac{e\mathbf{E}}{m_\mathrm{e}}\,. \tag{6.1.6}$$

Nechť je rychlost elektronu těsně po srážce s jiným elektronem $\mathbf{v}_\mathrm{i}$. Rychlost elektronu bezprostředně před další srážkou bude

$$\mathbf{v}_\mathrm{f} = \mathbf{v}_\mathrm{i} + \mathbf{a}t = \mathbf{v}_\mathrm{i} - \frac{e\mathbf{E}}{m_\mathrm{e}}t\,, \tag{6.1.7}$$

kde t je doba mezi srážkami. Průměr rychlosti $\mathbf{v}_\mathrm{f}$ ve všech časových intervalech je

$$\langle \mathbf{v}_\mathrm{f} \rangle = \langle \mathbf{v}_\mathrm{i} \rangle - \frac{e\mathbf{E}}{m_\mathrm{e}} \langle t \rangle \ , \tag{6.1.8}$$

což odpovídá driftové rychlosti $\mathbf{v}_\mathrm{d}$. Bez přítomnosti elektrického pole je rychlost elektronu čistě náhodná, odkud vyplývá, že $\langle \mathbf{v}_\mathrm{i} \rangle = 0$. Je-li střední doba mezi dvěma srážkami $\tau = \langle t \rangle$, dostáváme pro driftovou rychlost

$$\mathbf{v}_\mathrm{d} = \langle \mathbf{v}_\mathrm{f} \rangle = -\frac{e\mathbf{E}}{m_\mathrm{e}} \tau \ . \tag{6.1.9}$$

Hustota proudu, vyjádřená v rovnici (6.1.5), přechází na tvar

$$\mathbf{J} = -ne\mathbf{v}_\mathrm{d} = -ne\left(-\frac{e\mathbf{E}}{m_\mathrm{e}} \tau \right) = \frac{ne^2\tau}{m_\mathrm{e}} \mathbf{E} \ . \tag{6.1.10}$$

Všimněte si, že vektory **J** a **E** míří stejným směrem nezávisle na tom, zda se jedná o pohyb kladných či záporných nábojů.

6.2 Ohmův zákon

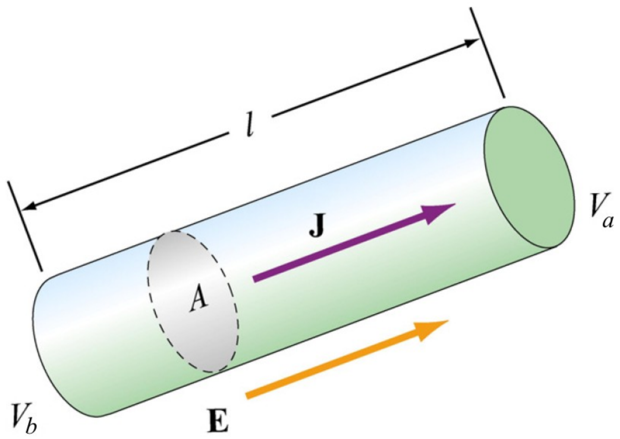
V mnoha látkách je hustota proudu lineárně závislá na intenzitě vnějšího elektrického pole **E**. Tuto závislost je obvykle možné vyjádřit vztahem

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} , \tag{6.2.1}$$

kde veličina σ je měrná elektrická vodivost (konduktivita) látky. Výše uvedená rovnice je známa jako Ohmův zákon (v diferenciálním tvaru). Materiály, které splňují tento zákon, nazýváme ohmické. Srovnáním vztahů (6.2.1) a (6.1.10) zjistíme, že vodivost může být vyjádřena jako

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m_\mathrm{e}} \ . \tag{6.2.2}$$

Abychom obdrželi tradiční a prakticky použitelnější formu Ohmova zákona, uvažujme část vodiče válcového tvaru délky l a průřezu A, jak ukazuje obrázek 6.2.1.



Obr. 6.2.1: Homogenní vodič délky l s potenciálovým rozdílem $\Delta V = V_b - V_a$.

Předpokládejme, že mezi konci vodiče je rozdíl potenciálů $\Delta V = V_b - V_a$, který vytváří elektrické pole **E** a proud I. Za předpokladu, že je pole homogenní, dostaneme

$$\Delta V = V_b - V_a = -\int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = El \, . \tag{6.2.3}$$

Hustotu proudu můžeme přepsat jako

$$J = \sigma E = \sigma \left(\frac{\Delta V}{l} \right). \tag{6.2.4}$$

S uvážením $J = I / A$ můžeme potenciálový rozdíl zapsat jako

$$\Delta V = \frac{l}{\sigma} J = \left(\frac{l}{\sigma A} \right) I = RI \, , \tag{6.2.5}$$

kde

$$R = \frac{\Delta V}{I} = \frac{l}{\sigma A} \tag{6.2.6}$$

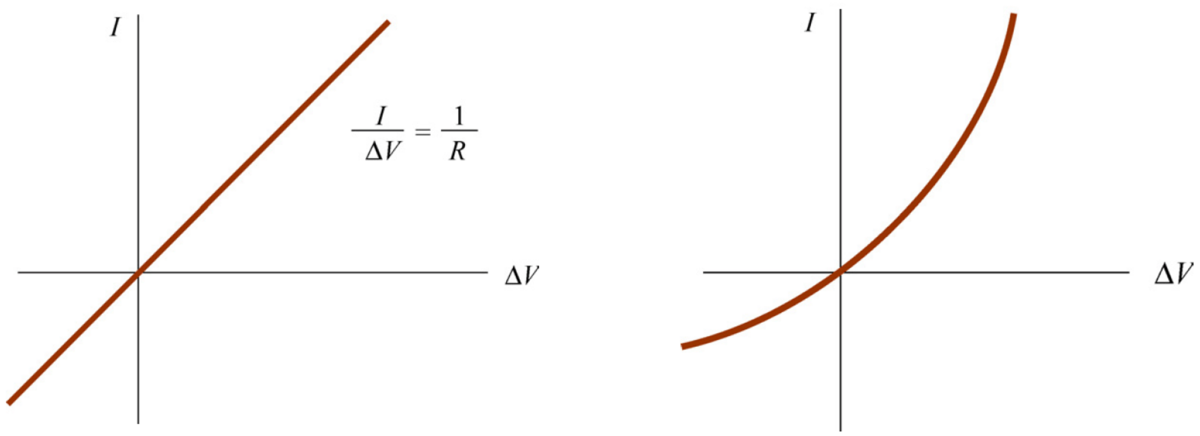
je odpor (rezistance) vodiče. Rovnice

$$\Delta V = IR \tag{6.2.7}$$

je integrální verzí Ohmova zákona. Jednotkou odporu R v soustavě SI je jeden ohm (Ω), kde

$$1\,\Omega \equiv \frac{1\,\mathrm{V}}{1\,\mathrm{A}} \, . \tag{6.2.8}$$

Zopakujme, že materiály splňující podmínky Ohmova zákona nazýváme ohmické, materiály, které Ohmův zákon nesplňují, nazýváme neohmické. Většina kovů, které jsou dobrými vodiči proudu s malým odporem, jsou ohmické materiály. Právě na ně se především zaměříme.



Obr. 6.2.2: Ohmické a neohmické chování.

Měrný odpor materiálu (rezistivita) ρ je definována jako převrácená hodnota měrné vodivosti,

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{m_\mathrm{e}}{ne^2\tau} \, . \tag{6.2.9}$$

Z výše uvedených rovnic vyplývá následující vztah mezi měrným odporem ρ a odporem R materiálu

$$\rho = \frac{E}{J} = \frac{\Delta V / l}{I / A} = \frac{RA}{l} \, ,$$

neboli

$$R = \frac{\rho l}{A}. \quad (6.2.10)$$

Měrná vodivost materiálu ve skutečnosti závisí na jeho teplotě *T*. Pro kovy je tato závislost ve velkém rozsahu teplot lineární:

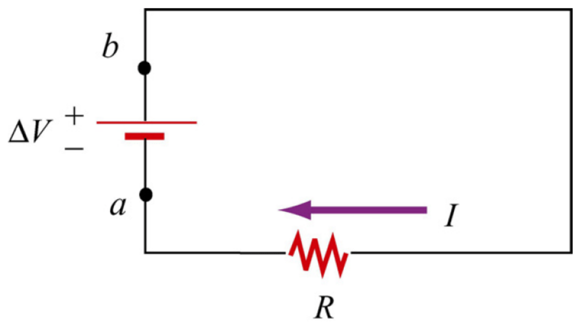
$$\rho = \rho_0 \left[1 + \alpha (T - T_0)\right], \quad (6.2.11)$$

kde α je *teplotní součinitel měrného odporu*. Typické hodnoty veličin ρ, σ a α (při 20 °C) pro různé druhy materiálů uvádí následující tabulka.

Materiál	**Měrný odpor ρ** (Ω.m)	**Měrná vodivost σ** $(\Omega.\mathrm{m})^{-1}$	**Teplotní součinitel α** $(°\mathrm{C})^{-1}$
Prvky			
Stříbro	$1{,}59\times10^{-8}$	$6{,}29\times10^{7}$	0,0038
Měď	$1{,}72\times10^{-8}$	$5{,}81\times10^{7}$	0,0039
Hliník	$2{,}82\times10^{-8}$	$3{,}55\times10^{7}$	0,0039
Wolfram	$5{,}6\times10^{-8}$	$1{,}8\times10^{7}$	0,0045
Železo	$10{,}0\times10^{-8}$	$1{,}0\times10^{7}$	0,0050
Platina	$10{,}6\times10^{-8}$	$1{,}0\times10^{7}$	0,0039
Slitiny			
Mosaz	7×10^{-8}	$1{,}4\times10^{7}$	0,002
Manganin	44×10^{-8}	$0{,}23\times10^{7}$	$1{,}0\times10^{-5}$
Nichrom	100×10^{-8}	$0{,}1\times10^{7}$	0,0004
Polovodiče			
Uhlík (grafit)	$3{,}5\times10^{-5}$	$2{,}9\times10^{4}$	–0,0005
Germanium (čisté)	0,46	2,2	–0,048
Křemík (čistý)	640	$1{,}6\times10^{-3}$	–0,075
Izolanty			
Sklo	$10^{10}\div10^{14}$	$10^{-14}\div10^{-10}$	
Síra	10^{15}	10^{-15}	
Křemen (tavený)	75×10^{16}	$1{,}33\times10^{-18}$	

6.3 Elektrická energie a výkon

Uvažujme obvod, skládající se z baterie a odporu *R* (obrázek 6.3.1). Nechť potenciálový rozdíl mezi dvěma body *a* a *b* je $\Delta V = V_b - V_a > 0$. Při přemístění Δq náboje mezi těmito body se jeho potenciální elektrická energie zvětší o $\Delta U = \Delta q \Delta V$. Na druhé straně se energie nositelů náboje sníží při kolizích s atomy odporu. Pokud zanedbáme vnitřní odpor baterie a propojovacích drátů, po příchodu do bodu *a* zůstane potenciální energie náboje Δq nezměněna.



Obr. 6.3.1: Obvod z baterie a odporu o velikosti *R*.

Celková ztráta energie při průchodu odporem je tedy

$$P = \frac{\Delta U}{\Delta t} = \left(\frac{\Delta q}{\Delta t}\right)\Delta V = I\Delta V \,. \tag{6.3.1}$$

To je také přesné množství výkonu, poskytovaného baterií. Dosazením $\Delta V = IR$ můžeme předchozí rovnici přepsat do tvaru

$$P = I^2 R = \frac{(\Delta V)^2}{R} \,. \tag{6.3.2}$$

6.4 Shrnutí

- **Elektrický proud** je definován jako $I = dQ/dt$.
- Průměrná hodnota proudu ve vodiči je $I_{avg} = nqv_d A$, kde n je koncentrace nositelů náboje, q je průměrný náboj jedné částice, v_d je **driftová rychlost** a A je průřez vodiče.
- **Hustota proudu J** tekoucího daným průřezem vodiče je $\mathbf{J} = nq\mathbf{v}_d$
- Diferenciální forma **Ohmova zákona**: hustota proudu je přímo úměrná intenzitě elektrického pole, konstantou úměrnosti je **měrná elektrická vodivost** σ: $\mathbf{J} = \sigma\mathbf{E}$.
- Převrácená hodnota měrné vodivosti σ je **měrný odpor** $\rho = 1/\sigma$.
- Integrální tvar Ohmova zákona: **Odpor** vodiče R je poměr mezi potenciálovým rozdílem ΔV mezi dvěma konci vodiče a proudem I: $R = \Delta V / I$.
- Vztah odporu a měrného odporu je dán vztahem $R = \rho l / A$, kde l je délka a A je průřez vodiče.
- **Driftová rychlost** elektronu ve vodiči je $\mathbf{v}_d = -e\mathbf{E}\tau / m_e$, kde m_e je hmotnost elektronu a τ průměrná doba mezi dvěma srážkami.
- Vztah doby τ k měrnému odporu je u kovů dán vztahem $\rho = 1/\sigma = m_e / ne^2\tau$.
- Změna měrného odporu s teplotou vodiče je $\rho = \rho_0\left[1 + \alpha(T - T_0)\right]$, kde a **teplotní součinitel měrného odporu**.
- **Výkon**, nebo množství energie dodávané odporu za jednotku času, je $P = I\Delta V = I^2 R =$ $= (\Delta V)^2 / R$.

6.5 Řešené úlohy

6.5.1 Odpor kabelu

Kabel o délce 3 000 km se skládá ze sedmi měděných drátů, každého o průměru 0,73 mm, svinutých dohromady a obalených izolátorem. Vypočítejte odpor kabelu. Pro měrný odpor mědi uvažujte hodnotu 3×10^{-6} Ω.cm.

Řešení:

Odpor R vodiče souvisí s měrným odporem vztahem $R = \rho\, l/A,$ kde l a A jsou délka vodiče a jeho průřez. Protože se kabel skládá z $N = 7$ měděných drátů, je jeho celkový průřez

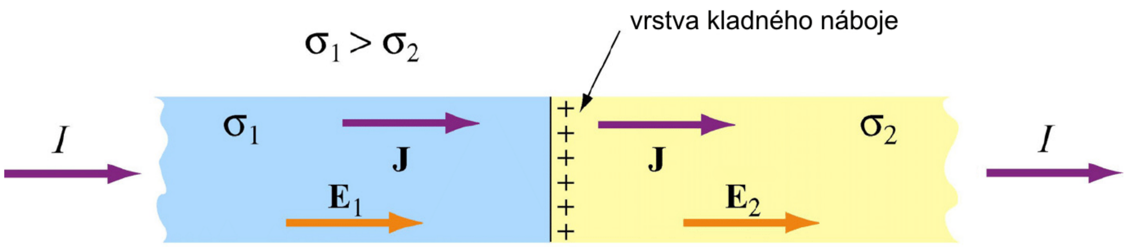
$$A = N\pi r^2 = 7\frac{\pi d^2}{4}.$$

Pro odpor kabelu pak dostáváme

$$R = \frac{\rho l}{A} = 3{,}1\times10^4\,\Omega.$$

6.5.2 Náboj na rozhraní dvou vodičů

Ukažte, že celkové množství náboje na rozhraní spoje dvou materiálů na obrázku 6.5.1 je $\varepsilon_0 I\left(\sigma_2^{-1}-\sigma_1^{-1}\right)$, kde I je proud procházející spojem a σ_1 a σ_2 jsou měrné vodivosti obou materiálů.



Obr. 6.5.1: Náboj na rozhraní dvou vodičů.

Řešení:

Při ustálené hodnotě elektrického proudu musí být normálová složka hustoty proudu **J** stejná na obou stranách spoje. Protože $J = \sigma E$, je také $\sigma_1 E_1 = \sigma_2 E_2$ nebo

$$E_2 = \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right) E_1.$$

Označíme-li náboj na rozhraní q_{in}, dostaneme z Gaussova zákona:

$$\oiint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \left(E_2 - E_1\right) A = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0},$$

tj.

$$E_2 - E_1 = \frac{q_{\text{in}}}{A\varepsilon_0}.$$

Dosazením za E_2 následně dostáváme:

$$q_{\text{in}} = \varepsilon_0 A E_1 \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} - 1 \right) = \varepsilon_0 A \sigma_1 E_1 \left(\frac{1}{\sigma_2} - \frac{1}{\sigma_1} \right).$$

Protože proud je $I = JA = (\sigma_1 E_1) A$, je celkové množství náboje na rozhraní

$$q_{\text{in}} = \varepsilon_0 I \left(\frac{1}{\sigma_2} - \frac{1}{\sigma_1} \right).$$

P 6.5.3 Driftová rychlost

Měrný odpor mořské vody je přibližně 25 Ω.cm. Nositeli náboje jsou zejména ionty Na^+ a Cl^-, jejichž koncentrace je přibližně 3×10^{20} cm^{-3}. Jestliže naplníme plastovou hadici o délce 2 metry mořskou vodou a na elektrody na jejích koncích připojíme zdroj napětí 12 V, jaká bude průměrná driftová rychlost iontů v cm/s?

Řešení:

Proud ve vodiči o průřezu A je úměrný driftové rychlosti nositelů náboje podle vztahu

$$I = enAv_{\text{d}},$$

kde n je počet nosičů náboje v jednotkovém objemu. Ohmův zákon můžeme přepsat ve tvaru

$$V = IR = (neAv_{\text{d}}) \left(\frac{\rho l}{A} \right) = nev_{\text{d}} \rho l,$$

odkud vyplývá

$$v_{\text{d}} = \frac{V}{ne\rho l}.$$

Po dosazení číselných hodnot máme

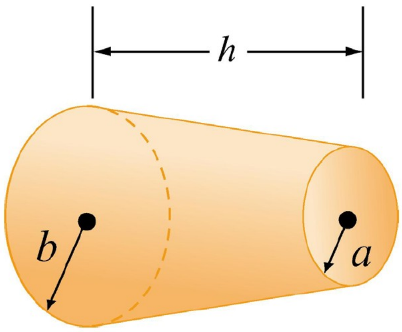
$$v_{\text{d}} = 2{,}5\times10^{-5} \frac{\mathrm{V\cdot cm}}{\mathrm{C\cdot\Omega}} = 2{,}5\times10^{-5} \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}.$$

Při převodu jednotek jsme využili vztahu

$$\frac{\mathrm{V}}{\Omega\cdot\mathrm{C}} = \left(\frac{\mathrm{V}}{\Omega} \right) \frac{1}{\mathrm{C}} = \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{C}} = \mathrm{s}^{-1}.$$

P 6.5.4 Odpor komolého kužele

Je dán komolý kužel o výšce h a poloměrech a a b (obrázek 6.5.2), vyrobený z materiálu o měrném odporu ρ.

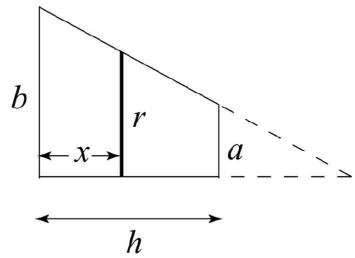


Obr. 6.5.2: Komolý kužel.

Jaký je odpor mezi dvěma konci kužele, pokud budeme předpokládat, že je rozložení proudu v průřezech rovnoměrné?

Řešení:

Představme si tenký disk o poloměru r, který se nachází ve vzdálenosti x od levého konce. Z obrázku napravo vidíme, že



$$\frac{b-r}{x}=\frac{b-a}{h},$$

neboli

$$r=(a-b)\frac{x}{h}+b.$$

Protože odpor R souvisí s měrným odporem ρ vztahem $R=\rho l/A$, kde l je délka vodiče a A jeho průměr, je příspěvek odporu disku o tloušťce dy k celkovému odporu

$$dR=\frac{\rho dx}{\pi r^2}=\frac{\rho dx}{\pi[b+(a-b)x/h]^2}.$$

Přímou následnou integrací dostáváme

$$R=\int_0^h\frac{\rho dx}{\pi[b+(a-b)x/h]^2}=\frac{\rho h}{\pi ab},$$

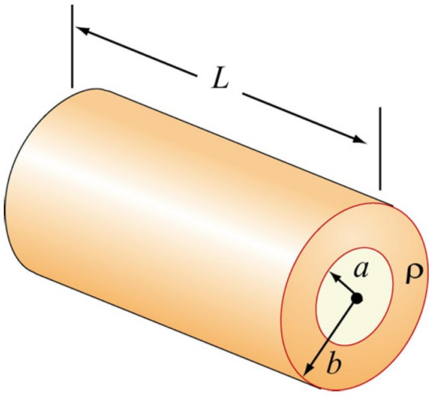
kde jsme využili platnosti vztahu

$$\int\frac{du}{(\alpha u+\beta)^2}=-\frac{1}{\alpha(\alpha u+\beta)}.$$

Všimněte si, že pro případ $a=b$ dostaneme rovnici (6.2.9).

P 6.5.5 Odpor dutého válce

Je dán dutý válec o délce L, vnitřním průměru a a vnějším průměru b, zakreslený na obrázku 6.5.3, vyrobený z materiálu o měrném odporu ρ.



Obr. 6.5.3: Dutý válec.

(a) Předpokládejte, že mezi konci válce působí potenciálový rozdíl, který způsobí tok proudu ve směru rovnoběžném s osou válce. Jaký u něj naměříme odpor?

(b) Jaký naměříme odpor v případě, že bude rozdíl potenciálů mezi vnitřním a vnějším povrchem válce, a proud poteče v radiálně směrem ven?

Řešení:

(a) Pokud je rozdíl potenciálů mezi konci válce, teče proud ve směru rovnoběžném s osou válce. V tomto případě je plocha průřezu $A = \pi(b^2 - a^2)$ a odpor je pak dán vztahem

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{\rho L}{\pi(b^2 - a^2)}.$$

(b) Uvažujme diferenciální element ve tvaru tenkého válce o vnitřním průměru r a vnějším průměru $r + dr$ a délce L. Jeho příspěvek k celkovému odporu bude

$$dR = \frac{\rho dl}{A} = \frac{\rho dr}{2\pi rL},$$

kde $A = 2\pi rL$ je velikost plochy kolmé na směr elektrického proudu. Celkový odpor válce je proto

$$R = \int_a^b \frac{\rho dr}{2\pi rL} = \frac{\rho}{2\pi L} \ln\left(\frac{b}{a}\right).$$

6.6 Tématické otázky

1. Dva dráty A a B kruhového průřezu jsou vyrobeny ze stejného kovu a mají stejnou délku. Odpor drátu A je čtyřikrát větší, než odpor drátu B. Najděte poměr ploch jejich průřezů.
2. Vysvětlete z hlediska atomové teorie, proč velikost odporu látky s teplotou roste.
3. Dva vodiče A a B stejné délky a s totožným průměrem jsou zapojeny do míst se stejným rozdílem potenciálu. Odpor vodiče A je dvakrát větší než odpor vodiče B. Kterému vodiči je dodáván větší příkon?

6.7 Neřešené úlohy

6.7.1 Proud a hustota proudu

Koule o poloměru 10 mm je nabita nábojem 8 nC = 8×10^{-9} C obíhá po kruhové dráze na konci nevodivého závěsu. Rotační frekvence je 100 π rad/s.

(a) Jaká je základní definice proudu vzhledem k náboji?

(b) Jaký průměrný proud představuje tato rotující nabitá kulička?

(c) Jaká je průměrná hustota proudu v oblasti, kterou kulička prochází?

6.7.2 Výkonové ztráty a Ohmův zákon

Topidlo o výkonu 1 500 W je konstruováno na provoz při napětí 115 V.

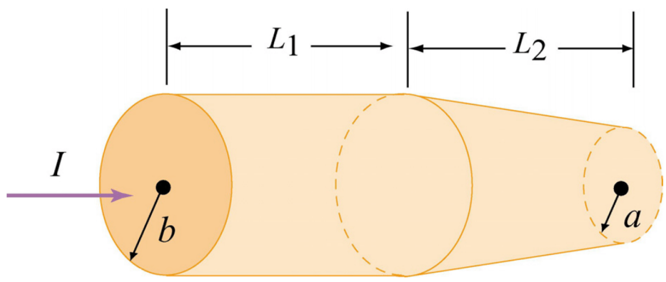
(a) Jaká proud bude protékat topidlem? [~10 A]

(b) Jaký je odpor topné spirály? [~10 Ω]

(c) Jakou energii vyzáří topidlo za jednu hodinu provozu?

6.7.3 Odpor kužele

Měděné těleso s měrným odporem ρ má tvar válce o poloměru b a délce L_1, na který je napojen komolý kužel o počátečním poloměru b, koncovém poloměru a a délce L_2, viz obrázek 6.7.1.



Obr. 6.7.1.

(a) Jaký je odpor válcové části tělesa?

(b) Jaký je odpor celého tělesa? (Návod: U zúžené části je nutné vyjádřit přírůstek odporu dR tenkého řezu dx v daném bodě x a poté tyto přírůstky sečíst integrací. Pokud je zúžení kužele malé, je možné pokládat hustotu proudu v libovolném průřezu za stejnou).

(c) Ukažte, jak se řešení zredukuje pro případ, kdy $a = b$.

(d) Jaký je odpor v případě, že L_1 = 100 mm, L_2 = 50 mm, a = 0,5 mm, b = 1,0 mm?

6.7.4 Hustota proudu a driftová rychlost

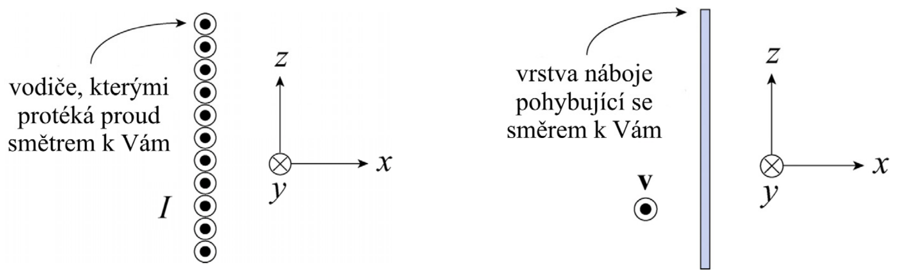
(a) Soustava nábojů, každý o velikosti q, se pohybuje rychlostí **v**. Počet částic v jednotce objemu je n. Jaká je velikost a směr hustoty proudu **J** těchto nábojů? Dbejte na to, aby odpověď byla ve správných jednotkách A/m^2.

(b) Chceme spočítat, jak dlouho trvá elektronu, než se dostane z baterie automobilu do jeho startéru poté, co je sepnuto zapalování. Předpokládejte, že tekoucí proud má velikost 115 A a že elektrony se pohybují měděným drátem o průřezu 31,2 mm^2 a délce 85,5 cm.

Koncentrace volných elektronů v mědi je $8{,}49\times10^{28}$ /m^3. Pokud známe tuto koncentraci a hustotu proudu, jaká je driftová rychlost elektronů? Jak dlouho trvá elektronu, než se dostane z baterie do startéru? [$3{,}69\times10^6$ A/m^2, $2{,}71\times10^{-4}$ m/s, 52,5 min]

P 6.7.5 Proudová vrstva

Proudovou vrstvou rozumíme rovinu, v jejímž jednom směru dochází k toku elektrického proudu. Jedním ze způsobů, jak zkonstruovat proudovou vrstvu, je seřadit do roviny množství vodičů. Na obrázku 6.7.2 (nalevo) jsou umístěny do roviny *yz*. Každým z těchto vodičů protéká ve směru z papíru, tj. ve směru $-\hat{\mathbf{j}}$, proud I . Na jednotku délky ve směru osy *z* připadá *n* vodičů, viz obrázek 6.7.2 (napravo). Proud připadající na jednotku délky osy *z* je tedy *nI*. Tento proud, připadající na délkovou jednotku, označíme $nI = K$.



Obr. 6.7.2: Proudová vrstva.

Jinou cestou, jak zkonstruovat proudovou vrstvu, je s pomocí nevodivé vrstvy nabité s konstantní plošnou hustotou náboje *s*, a pohybovat s ní ve směru, jaký má mít elektrický proud. Například obrázek nalevo ukazuje plošný náboj, pohybující se ve směru do papíru rychlostí *v*. Ve stejném směru míří i elektrický proud.

(a) Ukažte, že velikost proudu na jednotku délky ve směru osy *z*, *K*, je σv. Ověřte, že má tato veličina rozměr A / m. Ve skutečnosti se jedná o vektorovou rovnici $\mathbf{K}(t) = \sigma\mathbf{v}(t)$, protože směr proudu je stejný jako směr rychlosti kladných nábojů.

(b) Pás o šířce 50 cm přenáší náboj na vysokopotenciálovou vnitřní část Van de Graaffova urychlovače rychlostí 2,83 mC/s. Pás se pohybuje rychlostí 30 m/s. Jaká je povrchová hustota náboje na pásu? [189 μC/m^2]

P 6.7.6 Odpor a měrný odpor

Drát o odporu 6,0 Ω je v čelistech natažen na trojnásobek své původní délky. Jaký je nyní jeho odpor za předpokladu, že se během natahování nezměnil měrný odpor a hustota materiálu? [54 Ω]

P 6.7.7 Výkon, napětí a proud

100-W žárovka je zapojena na zdroj napětí 230 V.

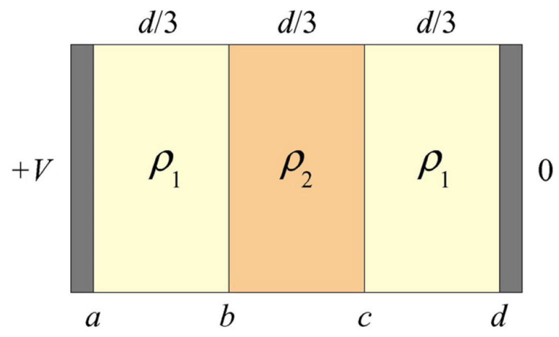
(a) Kolik bude stát měsíční nepřetržitý provoz žárovky (31 dní)? Předpokládejte, že cena elektřiny je 3 Kč za 1 kWh.

(b) Jaký je odpor žárovky?

(c) Jaký proud teče žárovkou? [(a) 223 Kč, (b) 529 Ω, (c) 434 mA].

6.7.8 Akumulace náboje na přechodové vrstvě

Na obrázku 6.7.3 je zakreslena trojvrstvý odpor, který je vyroben ze dvou různých odporových materiálů o měrné vodivosti ρ_1 a ρ_2. V pořadí zleva do prava se nejprve nachází vrstva s měrným odporem ρ_1 o tloušťce $d/3$, za kterou se nachází vrstva z materiálu o měrném odporu ρ_2, také o tloušťce $d/3$, následovaná opět vrstvou o měrném odporu ρ_1 s tloušťkou $d/3$.



Obr. 6.7.3: Akumulace náboje na přechodové vrstvě.

Plocha průřezu všech materiálů je A. Odpor je na obou koncích opatřen kovovými vodiči (černé oblasti). S pomocí baterie (nezakreslena) udržujeme mezi kovovými kontakty potenciálový rozdíl V. Levý konec odporu je v oblasti vyššího potenciálu (tzn., že vektor intenzity elektrického pole míří ve směru zleva doprava).

V celém systému se vyskytují čtyři různé přechody mezi různými materiály a vodiči, které označíme a až d, tak, jak je to provedeno na obrázku. Zleva doprava protéká soustavou stálý proud I, kterému odpovídá proudová hustota $J = I / A$.

(a) Jaké jsou intenzity elektrického pole $\mathbf{E}_1$ a $\mathbf{E}_2$ ve dvou nevodivých materiálech? Při výpočtu pokládejte hustotu proudu v každém průřezu za konstantní. Proč tomu tak musí být? [Všechny intenzity míří směrem doprava, $E_1 = \rho_1 I / A$, $E_2 = \rho_2 I / A$; pokud by v ustáleném stavu nebyly hustoty proudu stejné, docházelo by k neustálému nárůstu náboje na přechodových vrstvách až k nekonečnu.]

(b) Jaký je celkový odpor R systému? Ukažte, jak se zjednoduší odpověď pro případ $\rho_1 = \rho_2 = \rho$. [$R = d(2\rho_1 + \rho_2)/3A$, pokud $\rho_1 = \rho_2 = \rho$, dostáváme předpokládaný výsledek $R = d\rho / A$.]

(c) Jak se směrem zprava doleva mění průběh potenciálu? Jaký je potenciál v jednotlivých vrstvách? [$V\rho_1/(2\rho_1 + \rho_2)$, $V\rho_2/(2\rho_1 + \rho_2)$, $V\rho_1/(2\rho_1 + \rho_2)$, celkový součet je podle podmínky roven V.]

(d) Jaké jsou plošné hustoty náboje σ_a až σ_d na jednotlivých přechodových vrstvách? Použijte Gaussův zákon a předpokládejte, že elektrické pole na vodivých kontaktech je nulové. [$\sigma_a = -\sigma_d = 3\varepsilon_0 V\rho_1 / d(2\rho_1 + \rho_2), \sigma_b = -\sigma_c = 3\varepsilon_0 V(\rho_2 - \rho_1)/d(2\rho_1 + \rho_2)$.]

(e) Jak se změní předchozí výsledek v případě, že budeme předpokládat, že $\rho_2 \gg \rho_1$?