F2

KINEMATIKA

Evropský sociální fond Praha & EU: Investujeme do vaší budoucnosti

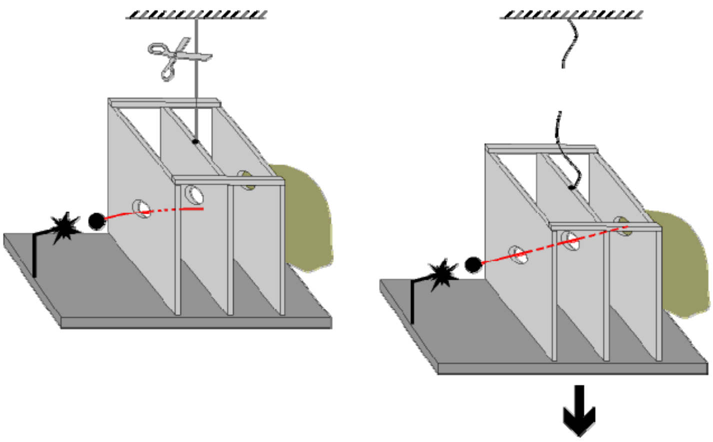
F2 KINEMATIKA

Inerciální souřadnicová soustava

Souřadnicová soustava, to není několik neumělých čar na tabuli. Pokud chceme opravdu měřit polohu těles, musíme zkonstruovat skutečnou souřadnicovou soustavu. Vezmeme si dostatečně tuhé tyče opatřené měřícími ryskami a svaříme z nich tři navzájem kolmé měřící osy. Už toto je nadlidský úkol. Tyče by se neměly prohýbat, neměly by vibrovat ani podléhat jiným deformacím. Zkrátka měly by to být ideálně tuhé tyče. Takové tyče ale neexistují. Pokud bychom udeřili do jednoho konce ideálně tuhé tyče, druhý konec by se okamžitě posunul. Informace z jednoho konce na druhý by se šířila nekonečnou rychlostí. A to samozřejmě není možné. Ideálně tuhé tyče tedy neexistují a musíme se smířit s tyčemi konečné tuhosti. Samozřejmě vybereme to nejlepší, co máme k dispozici, a svaříme k sobě základní trojici měřících tyčí.

Kam ji ale umístíme? Na stůl v posluchárně. Získáme tak souřadnicovou soustavu, která bude sice fungovat, ale k dokonalosti bude mít daleko. Vržený předmět se v ní bude pohybovat nerovnoměrně a po křivce. Příčinou je naše Země, její přitažlivost a rotace. Abychom získali ideální soustavu, museli bychom ji umístit velmi daleko od všech těles. Tak bychom získali ideální soustavu, tzv. *inerciální soustavu*, ve které se tělesa budou pohybovat konstantní rychlostí po přímkách.

Takový ideál ale neexistuje. Nikdy nemůžeme být dostatečně daleko od všech těles, neboť všude ve vesmíru nějaká tělesa jsou. Pokud se s vámi v mrakodrapu utrhne výtah a poletíte volným pádem k zemi, nezoufejte. Na malou chvíli zažijete skutečný inerciální systém. Pokud vám v údivu vypadne z ruky cokoli, daný předmět buď zůstane nehybně stát vedle vás (samozřejmě, že bude spolu s vámi vzhledem k Zemi padat volným pádem) nebo se bude vůči vám pohybovat konstantní rychlostí po přímce. Volně padající klec je tedy oním ideálním inerciálním souřadnicovým systémem. Hovoříme o tzv. volně gravitující kleci neboli LIS (lokálně inerciální soustavě). Může to být například vesmírná sonda, které došlo palivo. Naše souřadnicová soustava musí být ale lokální („malá“) v prostoru i v čase. Pokud by náš padající výtah byl veliký miliony kilometrů, vešla by se do něho Země i s Měsícem a kouzlo inerciální soustavy by pominulo.



Nejlépe snad lze zavedení LIS pochopit v experimentu Harolda Waaga. Představme si tři propojené rovnoběžné desky s otvory na přímce. K první desce je připojeno zařízení vrhající kuličku, k poslední pytel, který ji zachytí. Je-li zařízení v klidu vzhledem k povrchu Země (stojí na Zemi, visí na laně), kulička díky tíhovému poli neproletí do pytle na pravé straně. Je to tím, že systém není inerciální a tělesa se nepohybují rovnoměrně přímočaře. Přestřihneme-li závěs a zařízení bude padat volným pádem, stává se lokálním inerciálním systémem (LIS), tělesa se pohybují po přímkách a kulička dopadne do záchytného pytle vpravo.

Zapamatujte si:

- Inerciální souřadnicová soustava je taková soustava, ve které se volný hmotný bod (malé těleso) pohybuje po přímce konstantní rychlostí. Název soustavy pochází z latinského slova *inertia* (setrvávat) – těleso setrvává v rovnoměrném přímočarém pohybu.
- Ideální inerciální soustava neexistuje. Musela by být dostatečně daleko od všech těles. Takové místo ale ve vesmíru nenajdeme.
- Snadno můžeme realizovat lokální inerciální soustavu. Je jí po krátkou dobu volně gravitující malá klec – kabina bez jakéhokoli pohonu, která bloumá vesmírem. V ní se malá tělesa budou skutečně pohybovat konstantní rychlostí po přímkách.

Časová změna

Chceme-li určit rychlost tělesa, můžeme zjistit, kde se těleso nachází v čase t a poté zjisti jeho polohu o Δt později. Symbolem Δ budeme vždy označovat konečný přírůstek. Rychlost tělesa potom je rovna rozdílu obou drah dělenému rozdílem obou časů:

$$\overline{v} = \frac{s(t+\Delta t)-s(t)}{\Delta t}. \tag{2.1}$$

Takto určená rychlost je jen jakousi průměrnou rychlostí na měřeném úseku. Pokud chceme změřit rychlost předněji, musíme zmenšit měřený úsek, tj. zmenšit časový interval Δt mezi oběma měřeními. Okamžitou rychlost dostaneme, pokud bude tento časový interval velmi, velmi malý, tj. v ideálním případě nekonečně (infinitezimálně) malý:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{s(t+\Delta t)-s(t)}{\Delta t}. \tag{2.2}$$

Tuto operaci nazýváme časovou derivací a její zápis lze výhodně zkrátit. Místo čitatele můžeme napsat změnu dráhy jako Δs:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}. \tag{2.3}$$

Vypadá to lépe, ale ještě to není ono. Namísto konečných rozdílů Δ můžeme zavést nekonečně malé rozdíly (tedy i s limitou), které označujeme písmenkem d:

$$v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}. \tag{2.4}$$

Kdykoli narazíte na malé písmeno d (sázené svisle, není to proměnná), jde o nekonečně malý přírůstek. Rychlostí tedy chápeme časovou změnu dráhy za nekonečně malý časový úsek. Zápis (2.4) je už velmi jednoduchý, ale fyzikové jsou pohodlní, a tak pro časovou derivaci zavedli ještě kratší označení – zapisují ji tečkou nad písmenem, tedy pro rychlost máme:

$$v = \dot{s}. \tag{2.5}$$

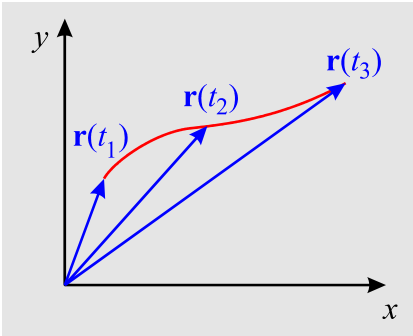
Kdykoli nad písmenem naleznete tečku, znamená to časovou změnu dané veličiny, tedy nějakou rychlost. Časová změna polohy ($\dot{s}$) je rychlost, časová změna plochy ($\dot{S}$) je plošná rychlost, časová změna úhlu ($\dot{\alpha}$) je úhlová rychlost, časová změna náboje ($\dot{Q}$) proteklého ampérmetrem je elektrický proud (rychlost tečení náboje).

Zapamatujte si:

Časovou změnu označujeme tečkou nad písmenem. Jde o časovou derivaci dané veličiny.

Polohový vektor, rychlost, zrychlení

Tělesa se při pohybu přemísťují z místa na místo. Jejich okamžitou polohu popisujeme tzv. polohovým vektorem, který spojuje počátek souřadnicové soustavy s aktuální polohou tělesa:



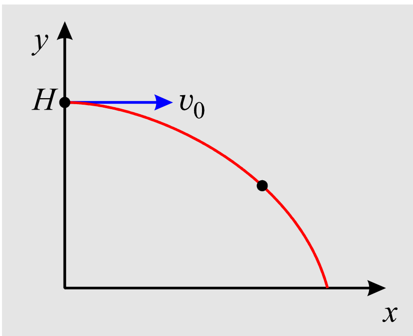
Polohový vektor je funkcí času. Pokud tuto funkci známe, můžeme snadno zjistit, kde se těleso v daném okamžiku nachází:

$$\begin{aligned} &\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)\,; \qquad \text{neboli} \\ &x = x(t)\,, \\ &y = y(t)\,, \\ &z = z(t)\,. \end{aligned} \tag{2.6}$$

◖ **Příklad 2.1**

Zadání: Zapište trajektorii tělesa při vodorovném vrhu rychlostí v_0 z výšky H.

Řešení: Situace je zakreslená na následujícím obrázku. Pohyb rozložíme na vodorovný pohyb s rychlostí v_0 a volný pád ve svislém směru:



◗

$$\begin{aligned} &x(t) = v_0 t\,, \\ &y(t) = H - gt^2/2\,, \\ &z(t) = 0\,. \end{aligned} \tag{2.7}$$

V každém čase můžeme nyní zjistit polohu letícího tělesa. Například v čase 0 má souřadnice $(0, H, 0)$. Také není problémem určit vzdálenost letícího tělesa od počátku – je to velikost polohového vektoru $r = (\mathbf{r}\cdot\mathbf{r})^{1/2}$. ◗

Rychlost pohybu můžeme nyní počítat pro každou složku zvlášť:

$$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \dot{x}\,,$$
$$v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = \dot{y}\,, \tag{2.8}$$
$$v_z = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = \dot{z}\,.$$

Souhrnně můžeme všechny tři vztahy zapsat za pomoci vektorového formalizmu

$$\mathbf{v} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{r}}{\mathrm{d}t} = \dot{\mathbf{r}}\,. \tag{2.9}$$

Tučná písmena znamenají vektory, tedy trojice čísel. Jak vypadá rychlost jako vektor? Představte si, že jste na hokejovém stadionu a hráč právě udeřil do puku. Na stadionu jsou tři čidla. Jedno je na dlouhé straně stadionu a měří rychlost v_x ve směru mantinelu. Druhé je na krátké straně stadionu a měří rychlost v_y. Třetí čidlo měří rychlost ve svislém směru, tedy v_z. V každém okamžiku lze puku přiřadit trojici rychlostí $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$. Pokud budete chtít určit velikost rychlosti puku, jednoduše naleznete velikost vektoru rychlosti:

$$v = \sqrt{\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}\,. \tag{2.10}$$

Rychlost tělesa se může při pohybu měnit. Změnu rychlosti s časem nazýváme zrychlení:

$$a_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \dot{v}_x = \ddot{x}\,,$$
$$a_y = \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = \dot{v}_y = \ddot{y}\,, \tag{2.11}$$
$$a_z = \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = \dot{v}_z = \ddot{z}\,.$$

Zrychlení je první časovou derivací rychlosti neboli druhou časovou derivací polohy. Uvedené vztahy můžeme opět zapsat kompaktněji za pomoci vektorového formalizmu:

$$\mathbf{a} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}t} = \ddot{\mathbf{r}}\,. \tag{2.12}$$

Velikost zrychlení tělesa nalezneme opět jako velikost vektoru:

$$a = \sqrt{\mathbf{a}\cdot\mathbf{a}} = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}\,. \tag{2.13}$$

◖ Příklad 2.2

Zadání: Nalezněte velikost rychlosti a velikost zrychlení vodorovně vrženého tělesa.

Řešení: Využijeme znalost polohy z minulého příkladu:

$$x(t) = v_0 t\,,$$
$$y(t) = H - gt^2/2\,,$$
$$z(t) = 0\,.$$

Rychlosti určíme jako první časové derivace:

$$v_x(t) = \dot{x} = v_0 \,,$$
$$v_y(t) = \dot{y} = -gt \,,$$
$$v_z(t) = \dot{z} = 0 \,.$$

Vidíme, že ve vodorovném směru se těleso pohybuje s konstantní rychlostí v_0, ve svislém směru rychlost narůstá lineárně s časem a je rovna $-gt$. Velikost rychlost v libovolném okamžiku se mění s časem a je rovna

$$v = \sqrt{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2} \,.$$

Obdobně určíme zrychlení jako druhou časovou derivaci dráhy podle času nebo první časovou derivaci rychlosti:

$$a_x(t) = \ddot{x} = 0 \,,$$
$$a_y(t) = \ddot{y} = -g \,,$$
$$a_z(t) = \ddot{z} = 0 \,.$$

Na těleso působí zrychlení jedině ve svislém směru, a to směrem dolů (znaménko minus). Snadno zjistíme, že velikost zrychlení je g.

◗

Zapamatujte si:

- Rychlost je časovou derivací polohy, tj. $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}}$.
- Zrychlení je časovou derivací rychlosti, tj. $\mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}} = \ddot{\mathbf{r}}$.
- Velikost rychlosti a zrychlení určíme jako velikosti příslušných vektorů.

Rovnoměrný přímočarý pohyb

Nejprve se budeme zabývat nejjednoduššími pohyby – pohybem rovnoměrným přímočarým a rovnoměrným pohybem po kružnici. Na těchto pohybech se seznámíme s tečným a normálovým zrychlením.

Rovnoměrný přímočarý je pohyb tělesa po přímce s konstantní (neměnnou) rychlostí. Takový pohyb můžeme snadno popsat v jediné dimenzi a pro dráhu uraženou tělesem můžeme psát

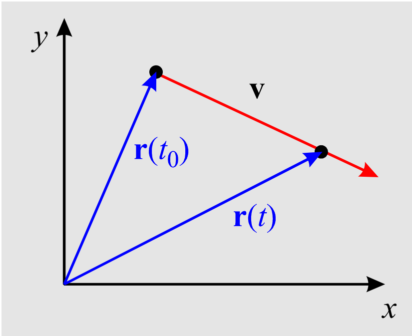
$$s(t) = s(t_0) + v_0(t - t_0) \,, \qquad (2.14)$$

kde $s(t)$ je dráha v čase t, $s(t_0)$ je počáteční dráha v čase t_0. Ve třech dimenzích můžeme psát obdobný vektorový vztah

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}(t_0) + \mathbf{v}_0(t - t_0) \,, \qquad (2.15)$$

který také můžeme rozložit na jednotlivé složky

$$\begin{aligned} x(t) &= x(t_0) + v_{0x}(t - t_0) \,, \\ y(t) &= y(t_0) + v_{0y}(t - t_0) \,, \\ z(t) &= z(t_0) + v_{0z}(t - t_0) \,. \end{aligned} \qquad (2.16)$$



První časová derivace vztahu (2.16) dá rychlost tělesa, druhá derivace jeho zrychlení:

$$\begin{aligned} v_x &= \dot{x} = v_{0x}\,, \qquad & a_x &= \ddot{x} = 0\,, \\ v_y &= \dot{y} = v_{0y}\,, \qquad & a_y &= \ddot{y} = 0\,, \\ v_z &= \dot{z} = v_{0z}\,, \qquad & a_z &= \ddot{z} = 0\,. \end{aligned} \tag{2.17}$$

Pohyb se děje s konstantní rychlostí a s nulovým zrychlením.

Nerovnoměrný přímočarý pohyb, tečné zrychlení

I u přímočarého pohybu je možné, aby se měnila rychlost. V tomto případě se bude měnit velikost rychlosti, nikoli její směr. Pohyb bude mít nenulové zrychlení. Jeho velikost bude rovna změně velikosti rychlosti a mířit bude ve směru pohybu, tedy ve směru rychlosti:

$$\mathbf{a}_\mathrm{t} = \text{velikost} \times \text{směr} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}\,; \qquad \boldsymbol{\tau} \equiv \frac{\mathbf{v}}{v}\,. \tag{2.18}$$

Tomuto zrychlení říkáme tečné zrychlení, neboť míří tečně ke směru dráhy.

Zapamatujte si:

- Rovnoměrný přímočarý pohyb se děje po přímce s konstantní rychlostí. Jeho zrychlení je nulové.
- Nerovnoměrný přímočarý pohyb se děje po přímce s proměnnou rychlostí. Zrychlení je nenulové, míří ve směru pohybu a jeho velikost je rovna časové změně velikosti rychlosti, tj. $a_\mathrm{t} = \mathrm{d}v/\mathrm{d}t$.

◖ Příklad 2.3

Zadání: Nalezněte tečné zrychlení vodorovně vrženého tělesa.

Řešení: Budeme postupovat jako v příkladě 2.2. Nejprve určíme složky rychlosti a potom velikost rychlosti:

$$\begin{aligned} x(t) &= v_0 t\,, \\ y(t) &= H - gt^2/2 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} v_x(t) &= \dot{x} = v_0\,, \\ v_y(t) &= \dot{y} = -gt\,, \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad v(t) = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}\,.$$

Velikost tečného zrychlení tedy bude

$$a_\mathrm{t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{g^2 t}{\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}}\,.$$

Po dosazení konkrétního času nalezneme snadno velikost tečného zrychlení v tomto čase. Je zřejmé, že se velikost tečného zrychlení s časem mění. Pokud bychom chtěli znát i jednotlivé složky tečného zrychlení (vodorovnou a svislou, použijeme jeho definici (2.18):

$$a_{tx} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\frac{v_x}{v} = \frac{g^2 t}{\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}}\frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}} = \frac{v_0 g^2 t}{v_0^2 + g^2 t^2};$$

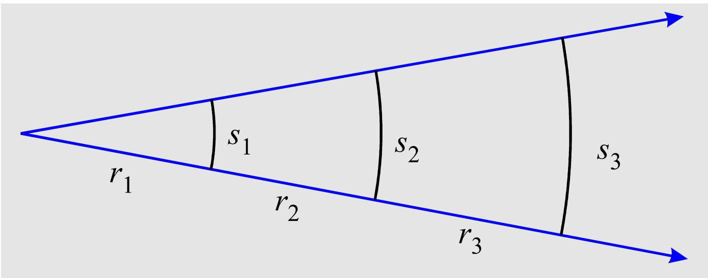
$$a_{ty} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\frac{v_y}{v}\frac{g^2 t}{\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}}\frac{-gt}{\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}} = -\frac{g^3 t^2}{v_0^2 + g^2 t^2}.$$

◗

Rovnoměrný pohyb po kružnici, normálové zrychlení

Předpokládejme nyní, že se těleso pohybuje konstantní rychlostí po kružnici. Nejprve si zopakujme, co to je úhel. Úhlem chápeme prostor mezi dvěma polopřímkami. Základní vlastností úhlu je, že podíl oblouku a příslušného poloměru je neměnný:

$$\frac{s_1}{r_1} = \frac{s_2}{r_2} = \frac{s_3}{r_3} = \cdots \tag{2.19}$$



Velikost úhlu můžeme definovat třemi způsoby – ve stupních, gradech a radiánech. Ve stupních je pravému úhlu přiřazena hodnota 90°. Z hlediska desítkové soustavy je toto číslo „nehezké“, proto vznikla stupnice v gradech, která pravému úhlu přiřazuje hodnotu 100^{g}. K definici úhlu můžeme využít i jeho základní vlastnost (2.19) a úhel definovat jako podíl oblouku a poloměru:

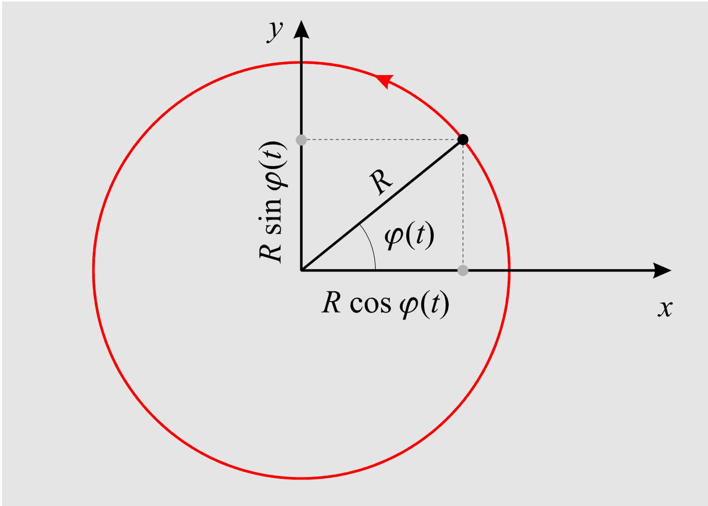
$$\varphi \equiv \frac{s}{R}. \tag{2.20}$$

Této jednotce říkáme radiány a pravému úhlu přísluší hodnota π/2 radiánu. Ze vztahu (2.20) se většinou vypočítává velikost oblouku, a tak je výhodné si ho pamatovat i ve tvaru

$$s = R\varphi. \tag{2.21}$$

Při pohybu po kružnici je poloměr R konstantní a úhel $\varphi(t)$ i dráha $s(t)$ narůstají s časem. Derivováním vztahu (2.21) podle času získáme jednoduchý vztah mezi dráhovou a úhlovou rychlostí:

$$v = R\omega; \qquad v \equiv \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}; \qquad \omega \equiv \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}. \tag{2.22}$$



Úhel φ bude u rovnoměrného pohybu narůstat lineárně s časem, konstantou úměrnosti bude úhlová rychlost:

$$\varphi = \omega t \,. \tag{2.23}$$

Pokud tento vztah derivujete podle času, opět vám vyjde, že úhlová rychlost je časová změna úhlu. Polohový vektor obíhajícího tělesa bude podle obrázku mít souřadnice:

$$\begin{aligned} x(t) &= R\cos\varphi(t) = R\cos\omega t \,, \\ y(t) &= R\sin\varphi(t) = R\sin\omega t \,. \end{aligned} \tag{2.24}$$

Složky rychlosti budou mít hodnotu

$$\begin{aligned} v_x &= \dot{x} = -R\omega\sin\omega t \,, \\ v_y &= \dot{y} = +R\omega\cos\omega t \,. \end{aligned} \tag{2.25}$$

Určeme nyní velikost rychlosti:

$$v(t) = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{R^2\omega^2\left(\cos^2\omega t + \sin^2\omega t\right)} = R\omega \,. \tag{2.26}$$

Jiným způsobem jsme opětovně ukázali, že dráhová rychlost je rovna součinu poloměru a úhlové rychlosti. Při rovnoměrném kruhovém pohybu se nemění velikost rychlosti, ale dochází ke změně jejího směru. Proto bude změna rychlosti nenulová a pohyb bude mít nenulové zrychlení:

$$\begin{aligned} a_x &= \ddot{x} = -R\omega^2\cos\omega t \,, \\ a_y &= \ddot{y} = -R\omega^2\sin\omega t \,. \end{aligned} \tag{2.27}$$

Toto zrychlení míří kolmo na dráhu pohybujícího se tělesa, směrem do středu kružnice. Kolmost dokážeme snadno. Stačí nalézt skalární součin vektoru rychlosti (2.25) a vektoru zrychlení (2.27). Ihned je patrné, že je nulový a vektor zrychlení je vždy kolmý na okamžitý směr rychlosti. Nalezněme nyní velikost tohoto zrychlení – říkáme mu normálové, působí ve směru normály (kolmice) k dráze:

$$a_\mathrm{n} = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = R\omega^2 \,. \tag{2.28}$$

Velikost normálového zrychlení můžeme také vyjádřit za pomoci dráhové rychlosti (2.22):

$$a_{\mathrm{n}} = R\omega^2 = \frac{v^2}{R}. \tag{2.29}$$

Pokud bychom chtěli vyjádřit normálové zrychlení jako vektor, zapíšeme ho jako součin velikosti a směru:

$$\mathbf{a}_{\mathrm{n}} = \text{velikost}\times\text{směr} = \frac{v^2}{R}\left(\frac{-\mathbf{R}}{R}\right) = -\frac{v^2}{R}\frac{\mathbf{R}}{R}. \tag{2.30}$$

Zapamatujte si:

- Rovnoměrný pohyb po kružnici má neměnnou velikost rychlosti, její směr se ale mění.
- Úhlovou rychlostí nazýváme změnu úhlu s časem, $\omega = \mathrm{d}\varphi/\mathrm{d}t$.
- Mezi dráhovou a úhlovou rychlostí platí jednoduchý vztah: $v = R\omega$.
- Na těleso působí nenulové normálové zrychlení, které míří kolmo na dráhu tělesa a má velikost $a_{\mathrm{n}} = v^2/R$.

Obecný pohyb, rozklad zrychlení

Předpokládejme nyní, že se těleso pohybuje po zcela obecné dráze. Může jít o automobil jedoucí po křivolaké silnici. Kdykoli sešlápneme plynový pedál, zvýšíme rychlost automobilu a udělíme mu tečné zrychlení (ve směru dráhy) jehož velikost je $a_{\mathrm{t}} = \mathrm{d}v/\mathrm{d}t$. Jakmile se automobil dostane do zatáčky, působí na něho normálové zrychlení s velikostí $a_{\mathrm{n}} = v^2/R$. V tomto vztahu je r poloměr zatáčky, v daném okamžiku bychom museli najít kružnici, která se nejlépe přimyká dráze (říkáme ji oskulační kružnice). Pro obecný pohyb můžeme vždy psát

$$\mathbf{v} = v\boldsymbol{\tau}, \tag{2.31}$$

tedy rychlost zapíšeme jako velikost rychlost a její směr. Časová změna rychlosti proto bude

$$\mathbf{a} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau} + v\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\tau}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{a}_{\mathrm{n}} + \mathbf{a}_{\mathrm{t}}. \tag{2.32}$$

Interpretace obou členů je zjevná. První člen souvisí se změnou velikosti rychlosti a jde tedy o tečné zrychlení. Druhý člen naopak souvisí se změnou směru rychlosti a jde o normálové zrychlení. Při výpočtu normálového zrychlení podle vztahu (2.29) si vždy musíme dát pozor na význam veličiny R. Nejde totiž o velikost polohového vektoru, ale o poloměr oskulační kružnice. Ten u většiny pohybů neznáme, a tak je jednodušší normálové zrychlení dopočítat jako rozdíl celkového a tečného zrychlení:

$$\mathbf{a}_{\mathrm{n}} = \mathbf{a} - \mathbf{a}_{\mathrm{t}}. \tag{2.33}$$

Zapamatujte si:

- U obecného pohybu na těleso působí jak tečné, tak normálové zrychleni.
- Tečné zrychlení souvisí se změnou velikosti rychlosti, $a_{\mathrm{t}} = \mathrm{d}v/\mathrm{d}t$.
- Normálové zrychlení souvisí se změnou směru rychlosti, $a_{\mathrm{n}} = v^2/R$.
- Normálové zrychlení můžeme určit z vektorového vztahu $\mathbf{a} = \mathbf{a}_{\mathrm{t}} + \mathbf{a}_{\mathrm{n}}$.

◖ **Příklad 2.4**

Zadání: Nalezněte normálové zrychlení vodorovně vrženého tělesa.

Řešení: Využijeme příkladu 2.3, ve kterém jsme určili tečné zrychlení

$$a_{\mathrm{t}x} = \frac{v_0 g^2 t}{v_0^2 + g^2 t^2};$$

$$a_{\mathrm{t}y} = -\frac{g^3 t^2}{v_0^2 + g^2 t^2}.$$

Celkové zrychlení při volném pádu je (buď ho určíme jako druhou derivaci polohy podle času nebo víme, že jde o tíhové zrychlení:

$$a_x = 0;$$

$$a_y = -g.$$

Nyní již snadno určíme obě složky normálového zrychlení:

$$a_{\mathrm{n}x} = a_x - a_{\mathrm{t}x} = -\frac{v_0 g^2 t}{v_0^2 + g^2 t^2};$$

$$a_{\mathrm{n}y} = a_y - a_{\mathrm{ty}} = -g + \frac{g^3 t^2}{v_0^2 + g^2 t^2}.$$

◗