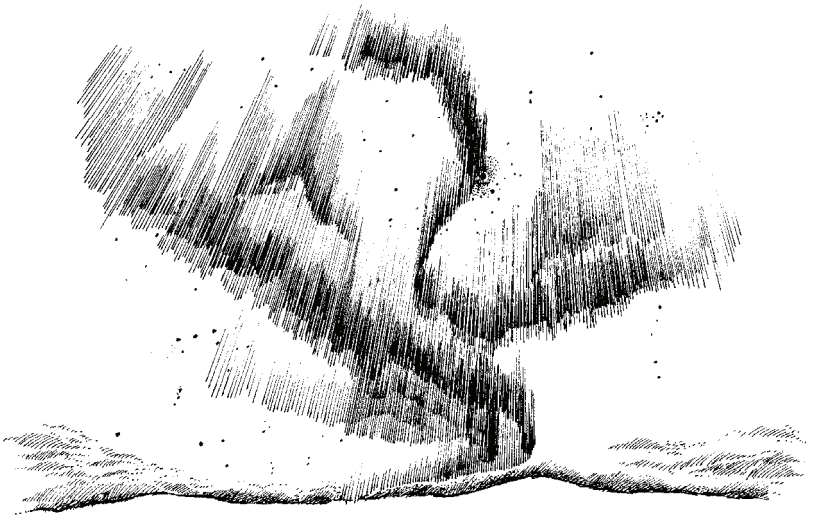
Úvod do teorie plazmatu



Petr Kulhánek

AGA 2011

Text © Petr Kulhánek
ISBN: 978-80-904582-2-2

Obsah

PŘEDMLUVA **9**

ÚVOD **11**

1. POHYBY NABITÝCH ČÁSTIC **15**

1.1 NERELATIVISTICKÉ POHYBY **16**
1.1.1 Lagrangeova a Hamiltonova funkce 16
1.1.2 Pohyb v elektrickém poli, optická analogie 18
1.1.3 Pohyb v homogenním magnetickém poli 19
1.1.4 Pohyb ve zkřížených polích 22

1.2 RELATIVISTICKÉ POHYBY **25**
1.2.1 Lagrangeova a Hamiltonova funkce 25
1.2.2 Pohyb v homogenním elektrickém poli 26

1.3 ADIABATICKÉ PŘIBLÍŽENÍ **28**
1.3.1 První adiabatický invariant 29
1.3.2 Pohyb gyračního středu 30
1.3.3 Síla $-\mu\nabla B$ 32
1.3.4 Driftová rovnice 34
1.3.5 Drifty 34

1.4 POHYBY VE SPECIÁLNÍCH KONFIGURACÍCH **37**
1.4.1 Magnetické zrcadlo 37
1.4.2 Druhý adiabatický invariant, Fermiho mechanizmus 38
1.4.3 Magnetický dipól, třetí adiabatický invariant 40
1.4.4 Elektrický a magnetický monopól 43
1.4.5 Tokamak 44
1.4.6 Plazmové vlákno a souvislost driftů s proudy 48

1.5 NUMERICKÉ SIMULACE POHYBU ČÁSTIC **50**
1.5.1 Newtonovo-Eulerovo schéma (NE) 51
1.5.2 Skákající žába aneb Leap-Frog schéma (LF) 54
1.5.3 Přesnější schémata (RK, BB) 55
1.5.4 Relativistická schémata 56

2. STATISTICKÝ POPIS PLAZMATU 59

2.1 BOLTZMANNOVA ROVNICE 60
2.1.1 Různé varianty Boltzmannovy rovnice 61
2.1.2 Boltzmannův srážkový člen 64
2.1.3 Rovnice přenosu (momentová rovnice) 67

2.2 PŘECHOD OD STATISTIKY KE KONTINUU 71
2.2.1 Nultý moment (zachování náboje) – částice 71
2.2.2 Nultý moment (zachování náboje) – pole 72
2.2.3 První moment (zachování hybnosti) – částice 73
2.2.4 První moment (zachování hybnosti) – pole 75
2.2.5 Druhý moment (zachování energie) – částice 76
2.2.6 Druhý moment (zachování energie) – pole 77

2.3 JEDNODUCHÉ TRANSPORTNÍ JEVY 78
2.3.1 Transport náboje (Ohmův zákon) 79
2.3.2 Transport částic (Fickův zákon) 81
2.3.3 Ambipolární difúze 82
2.3.4 Difúze v magnetickém poli 84
2.3.5 Transport tepla (Fourierův zákon) 87
2.3.7 Produkce entropie, Onsagerovy relace 88

2.4 COULOMBOVA INTERAKCE 89
2.4.1 Debyeova stínicí vzdálenost 89
2.4.2 Coulombův rozptyl (Rutherfordova formule) 91
2.4.3 Fokkerova-Planckova rovnice 94
2.4.4 Rosenbluthovy potenciály 96
2.4.5 Brzděná a ubíhající testovací částice 102
2.4.6 Relaxační časy a srážkové frekvence 106

2.5 MONTE CARLO SIMULACE 107
2.5.1 Generátory náhodných čísel 109
2.5.2 Realizace pravděpodobnostního rozdělení 111
2.5.3 Metropolisova metoda 117
2.5.4 MC simulace srážky dvou nabitých částic 118

3. MAGNETOHYDRODYNAMIKA 123

3.1 MINIMÁLNÍ VARIANTA 124
3.1.1 Substancionální derivace a rovnice proudnice 126
3.1.2 Rovnice pro magnetické pole 127
3.1.2 Rovnice pro hustotu 133
3.1.3 Rovnice pro rychlost 134
3.1.4 Uzavření soustavy 139

3.2 VYBRANÉ JEVY 140
3.2.1 Hartmannovo řešení 140
3.2.2 Vlny konečné amplitudy 144
3.2.3 Helicita 146
3.2.4 Tekutinové dynamo 151
3.2.5 Přepojení magnetických indukčních čar 158

3.3 NĚKTERÉ ROVNOVÁŽNÉ KONFIGURACE V PLAZMATU 166
3.3.1 Rovnováha v plazmatu 166
3.3.2 Proudové vlákno (pinč) 168
3.3.3 Proudová stěna 173
3.3.4 Dvojvrstva 174
3.3.5 Rázové vlny 179

3.4 DIFERENČNÍ SCHÉMATA V MAGNETOHYDRODYNAMICE 181
3.4.1 Parciální diferenciální rovnice 182
3.4.2 Tvorba diferenčních schémat 185
3.4.3 Posuzování stability schématu 190

4. LINEÁRNÍ VLNY V PLAZMATU 193

4.1 ZÁKLADNÍ POJMY 194
4.1.1 Vlnění 194
4.1.2 Rozměrová analýza (vlny na hluboké vodě) 198
4.1.3 Lineární teorie (elektromagnetické vlny) 201
4.1.4 Nelineární teorie (zvukové vlny) 205
4.1.5 Další příklady (Jeansovo kritérium, různé vlnové rovnice) 208

4.2 PLAZMOVÉ OSCILACE A VLNY 214
4.2.1 Odvození disperzní relace 214
4.2.2 Plazmové oscilace 216
4.2.3 Plazmové vlny 217
4.2.4 Iontové vlny 219
4.2.5 Další vlivy 220

4.3 MAGNETOAKUSTICKÉ VLNY 222
4.3.1 Odvození disperzní relace 222
4.3.2 Vlnoplochy magnetoakustických vln 224
4.3.3 Směry vektorů v magnetoakustických vlnách 226

4.4 ELEKTROMAGNETICKÉ VLNY 227
4.4.1 Disperzní relace elektromagnetického komplexu 228
4.4.2 Stixovy koeficienty, CMA diagram 235
4.4.3 Faradayova rotace 238
4.4.4 Hvizdy (whistlers) 240
4.4.5 Tenzor permitivity pro elektromagnetické vlny v plazmatu 243
4.4.6 Šlírová fotografie 244

4.5 HLEDÁNÍ KOŘENŮ POLYNOMIÁLNÍ ROVNICE 246
4.5.1 Weylův algoritmus 246
4.5.2 Newtonův algoritmus 248
4.5.3 Zobecněný Newtonův algoritmus 249

5. NESTABILITY V PLAZMATU 251

5.1 NEOMEZENÉ CHLADNÉ PLAZMA 252
5.1.1 Základní pojmy 252
5.1.2 Vícesvazková nestabilita 255
5.1.3 Dva symetrické svazky 257

5.1.4 Nestabilita typu svazek-plazma 259
5.1.5 Další nestability (driftová, Weibelova) 259

5.2 PLAZMA S HRANICÍ A VÝMĚNNÉ NESTABILITY 260
5.2.1 Základní vztahy, vektor posunutí 260
5.2.3 Nestability plazmového vlákna 267
5.2.4 Rayleighova-Taylorova nestabilita 274
5.2.5 Kelvinova-Helmholtzova nestabilita 278
5.2.6 Další nestability (Richtmyerova–Meškovova, diocotronová) 281
5.2.7 Výměnné (tlakem řízené) nestability 283

5.3 REZISTIVNÍ NESTABILITY 288
5.3.1 Základní vztahy 288
5.3.2 Ostrůvková (tearing) nestabilita 291
5.3.3 Řízené rezistivní nestability 293
5.3.4 Tokamakové nestability 293

5.4 MIKRONESTABILITY 294
5.4.1 Základní vztahy 294
5.4.2 Landauův útlum na elektronech 295
5.4.3 Landauův útlum na iontech 301
5.4.4 Bernsteinovy módy 302

5.5 PIC SIMULACE 303
5.5.1. Váhování 305
5.5.2. Řešení polí 306
5.5.3. Řešení pohybu částic 308

DODATKY 309

DODATEK A – UŽITEČNÉ VZTAHY 310
A1 Některé integrály a řady 310
A2 Vektorový součin a některé vektorové identity 311
A3 Základní vztahy z komplexní analýzy 312
A4 Některé speciální funkce 318
A5 Výpočet Rosenbluthových potenciálů pro Maxwellovo rozdělení rychlostí 322
A6 Základní trigonometrické vztahy 324

DODATEK B – ZOBECNĚNÉ FUNKCE 326
B1 Diracova distribuce 326
B2 Konvoluce 330
B3 Greenův operátor a Greenova funkce 330
B4 Fourierova transformace 332
B5 Obecné řešení rovnice difúze 333

DODATEK C – KŘIVOČARÉ SOUŘADNICE, VÍCEROZMĚRNÉ INTEGRÁLY 335
C1 Křivočaré souřadnice 335
C2 Křivkové, plošné a objemové integrály 337
C3 Vnější algebra 339

DODATEK D – PŘEHLED VZTAHŮ A DEFINIC 341
D1 Základní vztahy 341
D2 Bezrozměrné charakteristiky plazmatu 344
D3 Potenciály elektromagnetického pole 346

DODATEK E – MULTIPÓLOVÝ ROZVOJ 347
E1 Rozvoj potenciálu elektrostatického pole 347
E2 Rozvoj potenciálu magnetostatického pole 350

SEZNAM SYMBOLŮ 353

REJSTŘÍK OSOBNOSTÍ 359

REJSTŘÍK POJMŮ 369

LITERATURA 373

PŘÍLOHA ANEB O ČEM BYSTE MĚLI VĚDĚT 377