

Úloha 1

Pohyb elektronu ve zkříženém elektrickém a magnetickém poli a stanovení měrného náboje elektronu

1.1 Úkol měření

1. Změřte závislost anodového proudu I_a na indukci magnetického pole pro dvě hodnoty anodového napětí $U_{a1} = 50$ V a $U_{a2} = 60$ V.
2. Vyneste grafy závislostí $I_a = f(B)$, dI_a/dB a nalezněte kritickou magnetickou indukci B_c .
3. Stanovte měrný náboj elektronu e/m a porovnejte výsledek s tabulkovou hodnotou.

1.2 Obecná část a metoda měření

Pro měření použijeme elektronkovou diodu s koaxiálním uspořádáním elektrod umístěnou v magnetickém poli dlouhé cívky. Osa symetrie cívky je totožná s osou koaxiálních elektrod elektronky a tedy magnetické pole cívky B je kolmé na radiální elektrické pole v elektronce. Mezi elektrodami diody je potenciálový rozdíl U_a , dále jsou známy poloměry anody R_a a R_k katody. Homogenní magnetické pole uvnitř cívky se vypočítá podle vztahu

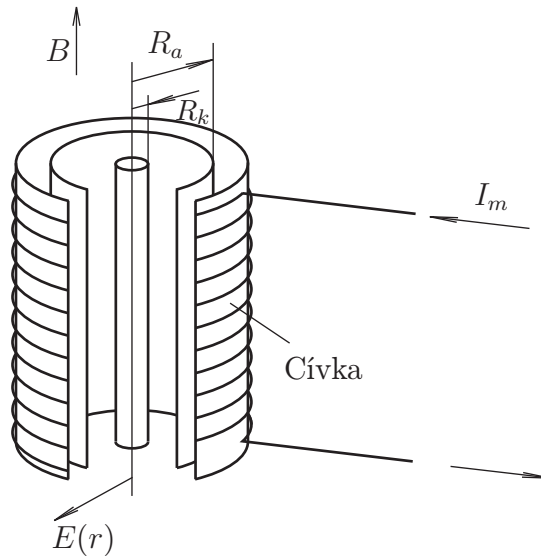
$$B = 0,0202 I_m \text{ [T]}, \quad (1.1)$$

kde I_m je magnetizační proud procházející cívkou v ampérech. Předpokládáme, že deformaci magnetického pole na koncích cívky můžeme zanedbat a rovněž zanedbáme deformaci elektrického pole na koncích koaxiálního uspořádání elektrod. Uspořádání pokusu je dobře patrné z obrázku 1.1.

Velikost intenzity elektrického pole mezi elektrodami diody závisí na vzdálenosti r od osy elektronky (viz [1], úloha č. 258)

$$E(r) = \frac{U_a}{\ln(R_a/R_k)} \frac{1}{r}. \quad (1.2)$$

Dále předpokládáme, že elektrony vylétují z katody kolmo a jejich dráha leží v rovině kolmé na osu symetrie měřícího přípravku. Elektrony jsou působením elektrického pole

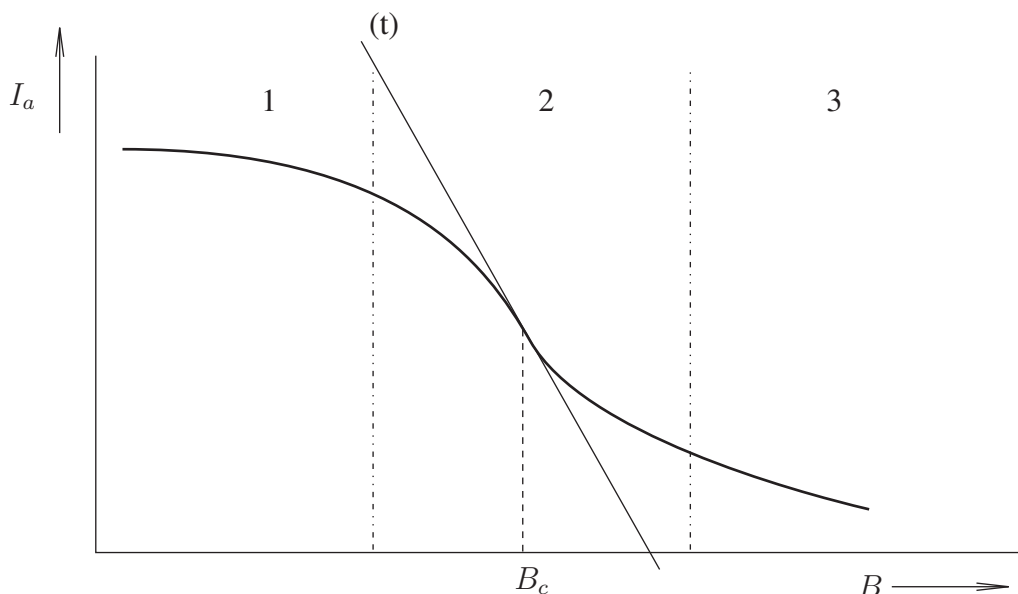


Obrázek 1.1: Dioda v magnetickém poli.

urychlovány a jejich dráha je působením magnetického pole zakřivována. Při dosažení určité hodnoty indukce magnetického pole B_c se začnou dráhy elektronů uzavírat a počet elektronů dopadajících na anodu začne klesat, což se projeví poklesem anodového proudu. Na obr.1.2 je graf závislosti anodového proudu I_a na velikosti magnetické indukce B . S rostoucí indukcí B anodový proud z počátku mírně klesá (část křivky označená 1), potom při dalším růstu B dojde k prudkému poklesu proudu (část označená 2). Sestupná větev grafu má inflexní bod, kterému odpovídá magnetická indukce B_c . Při dosažení této hodnoty magnetické indukce většina emitovaných elektronů z katody obíhá kolem katody po přibližně kruhových drahách. Protože energie, kterou elektron získá v elektrickém poli diody je značně větší než energie, se kterou jsou emitovány elektrony z katody, všechny elektrony dosáhnou oblasti anody i při indukcí magnetického pole B_c . V důsledku Boltzmannova rozdělení energie ve spektru vyletujících elektronů z katody dopadne na anodu malá část elektronů, a proto anodový proud po dosažení B_c neklesne skokem na nulu (třetí část grafu na obr.1.2). Dráhu elektronu v elektrickém a magnetickém poli popisuje pohybová rovnice (*Lorentzův vztah*) (viz [2], str. 42)

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}(t)}{dt^2} = e \mathbf{E} + e(\mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (1.3)$$

kde m je hmotnost elektronu, e je jeho náboj, $\mathbf{r}(t)$ polohový vektor elektronu v čase t , $\mathbf{v}$ vektor okamžité rychlosti, $\mathbf{E}$ vektor intenzity elektrického pole a $\mathbf{B}$ vektor magnetické indukce. Řešením rovnice (1.3) pro vzájemně kolmá pole v případě, že magnetické pole je konstantní a homogenní a elektrické pole je rovněž konstantní a má radiální průběh, je cykloida, která při dosažení magnetické indukce B_c přechází v kružnici o poloměru přibližně R_a . Při výpočtu kritické hodnoty magnetické indukce B_c budeme předpokládat, že při dosažení této hodnoty se většina elektronů pohybuje po kružnicích se středem na katodě a s poloměrem blízkým poloměru anody. Soustavu tvořenou elektronem, elektrickým a magnetickým polem můžeme v tomto případě považovat za uzavřenou. Pro pohyb částice v uzavřené soustavě na kruhové dráze platí, že moment hybnosti je konstantní (viz například [2]).



Obrázek 1.2: Závislost anodového proudu na magnetické indukci.

Moment hybnosti elektronu b je dle [3] v tomto uspořádání roven

$$b = mr^2 \frac{d\varphi}{dt} + \frac{1}{2} er^2 B = \text{konst} , \quad (1.4)$$

kde $d\varphi/dt$ je úhlová rychlost elektronu a r poloměr jeho dráhy. Pro dvě velmi blízké kruhové dráhy o poloměrech r_1 a r_2 a po dosazení do rovnice (1.4) dostaneme

$$mr_1^2 \frac{d\varphi}{dt} + \frac{1}{2} er_1^2 B = mr_2^2 \frac{d\varphi}{dt} + \frac{1}{2} er_2^2 B .$$

Po malé úpravě a vydělení předcházející rovnice výrazem $r_1^2 - r_2^2$ najdeme pro úhlovou rychlost $d\varphi/dt$ následující vztah

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{2} \frac{e}{m} B . \quad (1.5)$$

Elektron, který vyletěl z katody s velmi malou počáteční rychlostí získal v elektrickém poli diody kinetickou energii určenou potenciálovým rozdílem U_a . Energetickou bilanci úlohy vyjadřuje rovnice

$$\frac{1}{2} m R_a^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 = e U_a , \quad (1.6)$$

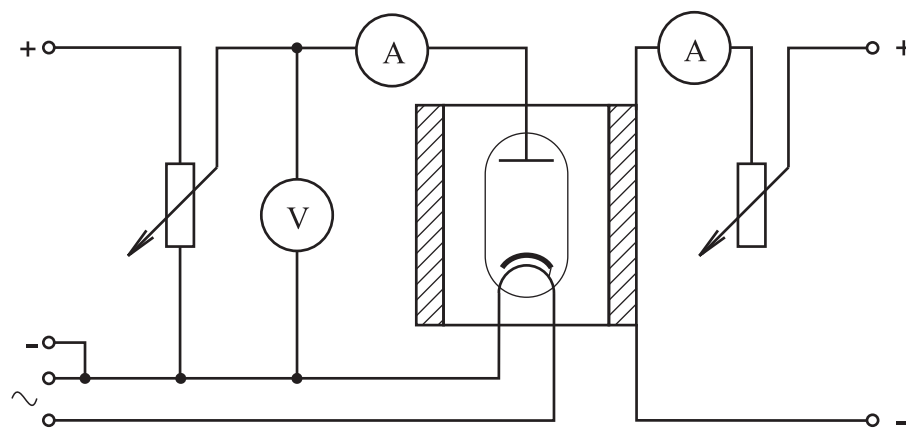
do níž dosadíme z rovnice (1.5) za $d\varphi/dt$, čímž dostaneme rovnici

$$\frac{1}{2} m R_a^2 \left(\frac{1}{2} \frac{e B_c}{m} \right)^2 = e U_a .$$

Z poslední rovnice vypočteme vztah pro měrný náboj elektronu

$$\frac{e}{m} = \frac{8 U_a}{R_a^2 B_c^2} . \quad (1.7)$$

Jiný způsob řešení této úlohy je uveden ve skriptech [1], úloha č. 325.



Obrázek 1.3:

1.3 Postup měření

1. Připojíme k přípravku měřící přístroje.
2. Připojíme měřící přípravek k síti a počkáme asi pět minut než začneme měřit.
3. Magnetizační proud nastavíme na nulu.
4. Nastavíme anodové napětí přepínačem na přípravku.
5. Magnetizační proud I_m měníme tak, aby se anodový proud změnil např. o 0,1 mA.
6. Indukci magnetického pole vypočtete s použitím rovnice (1.1).
7. Naměřené hodnoty vyneste do grafu. Naměřená data zpracujete na k tomu určeném počítači, čímž získáte inflexní bod funkční závislosti $I_a(B)$. Příslušný inflexní bod je také možné nalézt pomocí metody grafické derivace (viz D).
8. Nalezené hodnoty dosadíte do rovnice (1.7) a vypočítejte měrný náboj elektronu pro obě napětí U_a .

1.4 Kontrolní otázky

1. Postačí dvě naměřené hodnoty měrného náboje elektronu ke statistickému zpracování výsledků?
2. Jak ovlivní chyba v určení bodu inflexe funkční závislosti výsledek měření?
3. Po jaké dráze se pohybuje elektron, který vstupuje kolmo na směr homogenního a konstantního magnetického pole s konstantní rychlostí?
4. Jak vypadá pohybová rovnice popisující elektron v elektrickém a magnetickém poli?

1.5 Seznam použitých přístrojů a pomůcek.

Měřící přípravek, zdroj napětí, dva ampérmetry.

1.6 Literatura

- [1] Pekárek, S., Murla, M.: skripta, Fyzika I - Semináře, ČVUT 2001.
- [2] Kubeš, P., Kyncl, Z.: skripta, Fyzika I, ČVUT 2003.
- [3] Špolskij, E. V.: Atomová fyzika I, SNTL Praha, 1953.
- [4] Halliday, D., Resnick, R., Walker, J.: Fyzika, VUTIUM-PROMETHEUS, Brno, 2000.